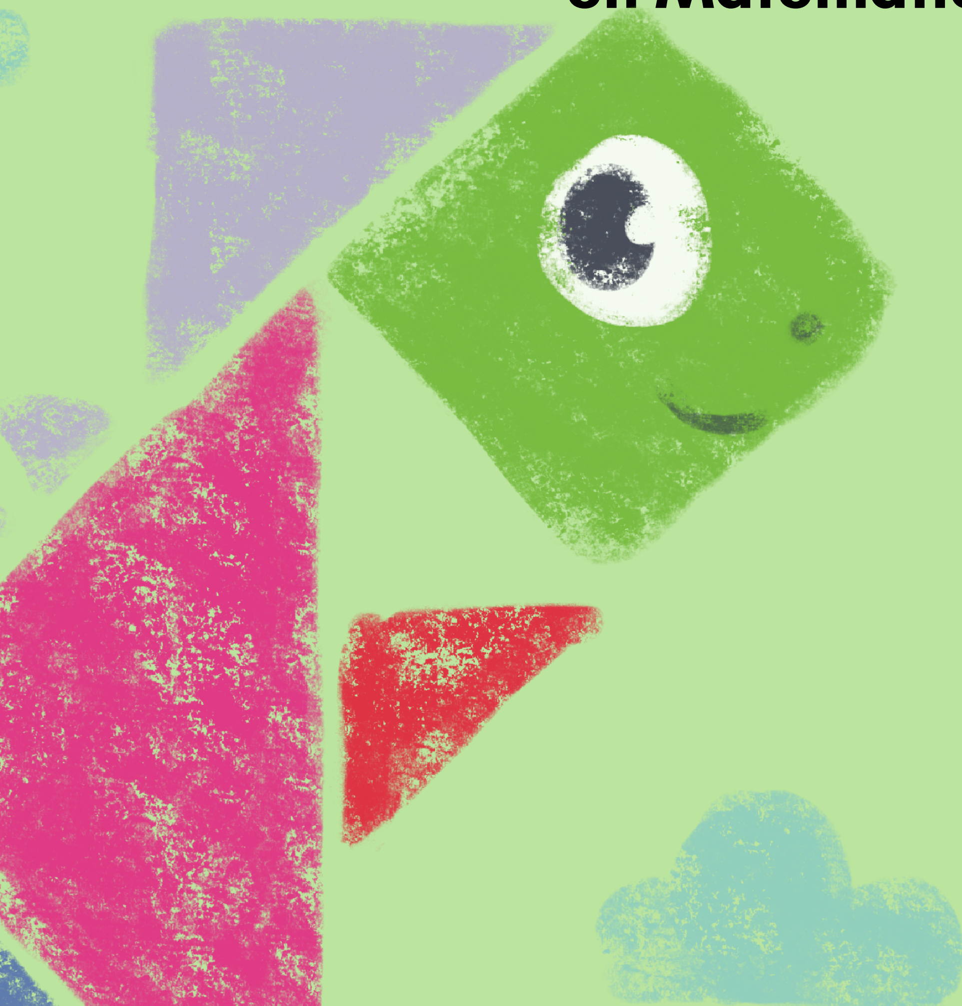
Centro de Alto Rendimiento en Matemáticas



X Olimpiada de Otoño: 2020

Problemas y soluciones

X Olimpiada de Otoño 2020

Equipo CARMA

7 de enero de 2022

Noviembre 2021

Los problemas originales de este material son autoría del Equipo CARMA, a saber: Cecilia Hernández, Germán Puga, Armando Moreno, Luis Islas y Danielle Flores; además, Yareli Navarro en Física y José Luis Carballo en Informática. Este material puede ser distribuido de manera libre porque nuestro compromiso es con la creación y divulgación de material para Olimpiada de Matemáticas; **por favor considera hacer un donativo, porque todxs tenemos que comer y pagar renta.** Por el amor de Euler, no subas este material a Scribd ni cobres por compartirlo.

Para cualquier correción, por favor comunícate con nosotros vía Facebook o a nuestro correo electrónico en matematicascarma@gmail.com.

La versión preliminar de este material estuvo a cargo de Cecilia Hernández.
La persona a cargo del material es Danielle Flores.

Primera edición: Noviembre 2021

Editorial Dinosaurio
San Luis Potosí, México
carmatematicas (at) gmail (dot) com

Si este material te ha sido útil, por favor considera apoyar nuestro proyecto editorial.
Puedes hacerlo en Patreon, comprometiendo un donativo mensual.

https://www.patreon.com/ugesaurio

También puedes hacer una donación ocasional vía PayPal.

https://www.paypal.com/paypalme/ugesaurio

O bien, mediante depósito o transferencia, a nombre de Eugenio Daniel Flores Alatorre en BBVA Bancomer, a través de su aplicación bancaria, deposito en practicaja o en cualquier Oxxo del país:

CLABE: 012700004649844474   número de tarjeta: 4152 3133 9055 2979

Introducción

Esperamos por mucho tiempo celebrar la X Olimpiada de Otoño (exactamente 10 años) pero muchos de nuestros anhelos no se pudieron cumplir como esperábamos. La pandemia de coronavirus ha venido a cambiar el mundo desde marzo de 2020 y para octubre no habíamos regresado a las aulas de manera completa y el modelo de sedes que mantuvo a la Olimpiada de Otoño por años se ve cada vez más lejos.

Sin embargo, estamos felices de haber celebrado diez años de Olimpiada de Otoño, uno de los primeros eventos que organizó CARMA, unas semanas antes que el Concurso Nacional de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas en 2011 y muy relacionados. Tristemente, esta edición del décimo aniversario no fue la de mayor participación, pues el mundo virtual ya no se siente como una aventura y ciertamente limita el alcance que tenemos.

En esta edición podrás encontrar los enunciados de los problemas de la X Olimpiada de Otoño en cada una de sus cinco categorías: Cuyo, Koala, Walabi, Canguro y Uombat, que van desde tercero de primaria hasta último año de preparatoria.

Ganadores

Presentamos la lista completa de ganadoras y ganadores de la X Olimpiada de Otoño, en cada una de sus categorías. En la primera columna aparecen las iniciales del Estado de la República Mexicana de cada participante, o bien, las letras PER en el caso de Perú.

En cada categoría premiamos Primer Lugar, Segundo Lugar, Tercer Lugar, Mención Honorífica en proporción 1 : 2 : 3 : 4, manteniendo los empates de manera favorable siempre que sea posible.

Categoría Cuyo

Primer Lugar

PER	Anira Cassiel Estofanero Gamarra	Cramer-Puno
PER	Cayan Sanchez Samir Alexis	Circulo Aiapaec
PER	Hidalgo Ascate Samuel Mathias	I.E.P. Aiapaec
COA	Iker Reza Castañeda	Jefferson School
PER	Jose Eduardo Yucra Hancco	Cramer-Puno
NL	Julio Cesar De La Cruz Moran	Hanneman
COA	Maria Guadalupe Del Toro Resendiz	Eduser
PER	Ochoa Huaman, Caleb Mateo	Saco Oliveros
SLP	Rebecca Ventura Garcia	Instituto Cervantes Apostólica
JAL	Rommel Issac Requena López	Urbana No. 35, Ofelia Sánchez Plascencia
NL	Victoria Galicia Sanchez	Euroamericano Sur

Segundo Lugar

PER	Aaron Nicolas Chura Cabrera	Cramer-Puno
OAX	Anabella Garzon Uribe	Olimpiada Oaxaca
COA	Barbara Elian Uribe Martinez	Colegio Cervantes Torreón
PER	Benites Villanueva Sharon Mishel	I.E.P. Aiapaec
TAM	David Fernando De La Torre Segura	Primaria Juan B. Tijerina Matutina
COA	Emmanuel López Terrones	Colegio Cervantes Torreón
COA	Héctor Gerardo Dávila Ramirez	Jefferson School
PER	Jhimy Jhonar Salas Colque	Cramer-Puno
COA	José Joaquín Hinojosa Hyder	Colegio Cervantes Torreón
HGO	José Mauricio Villegas Salas	Colegio Gauss

NL	Khloe Mathilde Charge Cuellar	Euroamerican School Of Monterrey
VER	Mateo Hernández Castillo	Colegio Americano De Xalapa
PER	Millones Espejo Enrique Sebastian	I.E.P. Aiapaec
PER	Nataly Abrhil Calisaya Ramos	Cramer-Puno
AGS	Santiago Cassiel Guerrero Miranda	Nueva Era Álamo
NL	Santiago Reyes González	Euroamericano Valle
SIN	Santiago Santos García	Instituto Kinderland
VER	Sofía Denisse Eulogio Uribe	Colegio Americano Xalapa
SLP	Valeria Luna Faz	Instituto Cervantes Apostólica
NL	Ximena Alejandra	Latin American School
AGS	Yamileth Labastida Ibarra	Colegio Alamo Nueva Era
PER	Yeray Alexander Romero	Cramer-Puno

Mención Honorífica

SLP	Aislinn Fernanda Tapia Rodríguez	Apostólica
AGS	Alonso De Lira Medina	Centro Educativo Integral Para Altas Capacidades
COA	Alvarado Rivas Evan Alexander	Colegio Eliseo School
NL	Arturo Rosas Cuautle	Centro De Alto Rendimiento Académico
SIN	Brian Ernesto Tejeda Sandoval	Instituto Kinderland
PER	Camila Balezka Valer Hancco	Cramer-Puno
QNR	Cecilia Martin Erosa	Monteverde International School
NL	Damian Tijerina Jimenez	Colegio Euroamericano
PER	Darlyn Margaret Justo Bobadilla	Cramer-Puno
NL	Erick Nicolas Ramirez Ochoa	Adriaen Hanneman School
NL	Ezequiel Restrepo Giraldo	Euroamerican School Of Monterrey
VER	Iker Díaz Martínez	Colegio Americano De Xalapa
JAL	Isaac Elohim Martinez Villegas	Cambridge
TAB	Jabel Abad Balandrán Nader	Centro De Estudios Básicos Y Superiores Del Sureste
PER	Jhoel Anderson Jarol Mamani	I.E.P Trinomio
NULL	Leonardo Edin Gonzalez Diaz	0
SIN	Noel Adrian Juarez Rochin	Instituto Kinderland
VER	Sara Rebeca Wong Dominguez	Colegio Americano De Xalapa

Categoría Koala

Primer Lugar

PER	Adrián Fabricio Quispe Ocaña	Saco Oliveros
PER	Alejandra Enríquez Aranda	Saco Oliveros
AGS	Andrés Cedillo Vazquez	Colegio Nueva Era Álamo
PER	Ania Marita Monroy Montes	Cramer-Puno
ZAC	Derek Elías Ortíz	23 De Junio
BC	Pablo Antonio Osuna Jasso	Colegio Red Oaks
COA	Antonio Gutiérrez Meléndez	Juan Francisco Mancinas Casas T.M.

PER	Flores Chate Felix Smith Alexander	I.E.P. Aiapaec
PER	José Alberto Rojas Carlos	Saco-Oliveros
YUC	Dana Karen Medina González	Colegio Libanés Peninsular
PER	Kimberly Mariam Martínez Tarifeño	Jorge Basadre
PER	Liliana Gabriela Fernandez Carrizales	Saco Oliveros
PER	Mateo Alexander Apaza Vilca	Cramer-Puno
NL	Juan Jesus Briones Fernández	Francisco I. Madero
PER	Maxwell Leonardo Ticona Condori	I.E.P Trinomio
AGS	Mateo Noel Franco Hernández	Colegio Jean Le Boulch, A.C
ZAC	Rodrigo Saldívar Mauricio	Beatriz González Ortega
PER	Zafhid Alphiery Quiñones Loa	Saco Oliveros

Segundo Lugar

PER	Adriana Maria Flores Flores	I.E.P Trinomio
NULL	Máximo Alejandro González Magaña	0
PER	Albert Rodrigo Alvarez Jove	Saco Oliveros
JAL	Alvaro Valdez Llanes	Liceo Del Valle
SIN	Blanco Esquer Lucía	Colegio Chapultepec Sur
PER	Angel Hans Vilca Caqui	Saco Oliveros
PER	Ariana Isalena Otazu Beltrame	Cramer-Puno
VER	Federico Medina Sandoval	Euroamericano Sur
QRO	Ricardo Arturo Villalobos Sámano	Anexa A La Normal Andrés Balvanera
NAY	Alan Gael Villaseñor Rodriguez	Josefa Ortiz De Dominguez
SLP	Catalina Ventura Garcia	Instituto Cervantes Apostólica
COA	Daniel Lujan Mireles	Colegio Ingles De Torreon
NL	Erick Noé Flores Salazar	Esc. Primaria General Ignacio Zaragoza
OAX	Guadalupe Montaño Vicente	Basilio Rojas
PER	Gabriel Pareja Soto	Saco Oliveros
TAM	Juan Eduardo Castro Aguirres	Instituto Winston Churchill
PER	Gutierrez Puma Leonel J. Michael	I.E.P Trinomio
PER	Hector Marcelo Canepa Yufra	Cramer-Puno
JAL	Mayté Lozano Lozano	Centro Educativo Para Altas Capacidades
PER	Luana Camila Vega Sandoval	Saco Oliveros
PER	Luis Angel Ferrer Maydana Canaza	Saco Oliveros Lima
NL	Mildred Ailín Fabela Echartea	Adriaen Hanneman School
NL	Olaf Daniel Magos Hernández	Centro Educativo Huinala
SLP	Rodrigo Mondragón Macías	Instituto Cervantes Apostólica
COA	Alejandra Mireles Barron	Colegio Cervantes Torreón
PER	Pablo Esteban Quispe Rojas	Castillo De Talentos
COA	Elisa Nohemi Carrillo Cruz	Colegio Cervantes Torreón
PER	Rios Chavez Diego Jefferson	I.E.P. Aiapaec
COA	Enevi Calderon Rodriguez	Colegio Cervantes Torreón

Mención Honorífica

NA	Sergio Mauricio Pérez Rosales	Na
AGS	Ana Paula García Martínez	Triana
PER	Alvaro Gonzalo Arcana Miranda	I.E.P Trinomio
NL	Ana Paula Lizcano Montemayor	Ienu Instituto De Educación Naciones Unidas
MEX	Angélica Montserrat Ortiz Aguilar	Colegio Euro Texcoco
QRO	Camila González Esparza	Nuevo Continente Querétaro
GUA	Angela Sofia Monney Paz	Colegio Americano Del Sur
SIN	Euridices Farrera Escobar	Instituto Kinderland
PER	Brayan Valdez Tapia	Cramer-Puno
SLP	Gerardo Sánchez Jiménez	Colegio Educativo Potosino
NL	Jorge Jacob Lozano Nava	Hanneman School
BC	Kevin Abraham Soto Cuautle	Colegio Jean Piaget
JAL	Miguel Covarrubias González	Colegio Tohui-Mocel
NL	Paola Rodríguez De La Rosa	Centro De Alto Rendimiento Académico
QNR	Samantha Sarahí Ceballos Morales	Moisés Sáenz
SIN	Sergio Fernando Loaiza Corvera	Instituto Kinderland
SLP	Ximena López Chavira	Apostolica
COA	Alejandro Aramburu Vargas	Colegio Inglés De Torreón
QRO	Alexandro De Jesús Ramos Canales	Escuela Primaria "Leona Vicario"
GUA	Hannia Stephania Menzel Cante	Colegio Americano Del Sur
PER	Hector Manuel Tenorio Rodriguez	Saco Oliveros
ZAC	Ángel De La Cruz Martínez Almeida	23 De Junio
ZAC	Dannia Guadalupe Moreno García	Jaime Torres Bodet
AGS	David Ben-Eli Vargas Luis	Colegio Nueva Era Alamo
BCS	Derek Sebastián Puga Hernández	Primaria Mauricio Pino Orozco
GTO	Diana Camila Aviles Granados	Primaria Efren Rebolledo
QRO	Donovan Emmanuel Ferrusca Ortíz	Saint Augustine School
TLX	Emiliano Pérez Oregel	Instituto Fray Pedro De Gante
OAX	Enrique Kriyan Gonzalez Brito	Koaliblocks
CAM	Jaime Emmanuel Mas Rejon	Miguel Hidalgo
YUC	Jorge Uriel Itzincab Puch	Otilia López
TAM	José Mateo Munguía Guevara	Winston Churchill
VER	Keira Bellido	Colegió Americano De Xalapa
AGS	María José García Martínez	Triana
SIN	Sarai Torres Ayala	Colegio Americano De Los Mochis
BC	Sofía Ramírez Millán	Colegio Jean Piaget
TAB	Teresa Del Carmen Méndez Hernández	Escuela Activa Jean Piaget
PER	Yovana Miluska Cruz Encinas	Bryce

Categoría Walabi

Primer Lugar

PER	Leandro Alvarado Bravo	Saco Oliveros
PER	Sebastian Enrick Lozada Galvez	Saco Oliveros
JAL	José Ángel Reynaga Álvarez	Cepac Jalisco

PER	Josue Anthony Bautista Villanueva	Saco Oliveros
PER	Maria Rebeca Antezana De La Cruz	Saco Oliveros
PER	Rosangel Alexandra Bullon Linares	Saco Oliveros
PER	Roy Eduardo Yaranga Almeida	Saco Oliveros

Segundo Lugar

PER	Valeria Isabel Surichaqui Cajaleon	Colegio Saco Oliveros
PER	Jose Antonio Arredondo Tomairo	Saco Oliveros
PER	Ochoa Huaman, Camila Celeste	Saco Oliveros
PER	Escobar Valverde Deyner Steven	Iep Aiapaec
PER	Flavio San Jorge Llactas	Saco Oliveros
PER	Fajardo Incio, Abraham Gonzalo	Saco Oliveros
PER	Ruiz Ulloa Luis David	Iep Aiapaec
PER	Valeria Patricia Pareja Soto	Saco Oliveros
NL	Sebastian Montemayor Trujillo	Latin American School
OAX	Luis Lavariega Meneses	Olimpiada Oaxaca
PER	Annel De La Cruz Condori Catacora	Cramer-Puno
SIN	Camila Campos Juárez	Instituto Jean Piaget Culiacán
AGS	Ángel Josué Ledezma Guizado	Secundaria General 36
SIN	Angela Maria Flores Ruiz	Esc. Sec. Jesusita Neda
PER	Nicole Atalaya Torres	Jorge Basadre
PER	Ramos Saucedo Alexander Rafael	Iep Aiapaec
GTO	Said Huizar Dorantes	Escuela De Talentos Guanajuato Azteca
NL	Mauricio Montalvo	Latin American School Of Monterrey
HGO	Stephanía Terrazas Trejo	Ihea

Tercer Lugar

ZAC	Juan Pablo Espinosa Martínez	Colegio Idaltu
PER	Perales Guevara José Lorenzo	I.E.P. "Pedro Ruiz Gallo"
BCS	Alondra Lizbeth Olivares Estrada	Instituto Gauss-Euler
PER	Cayan Sanchez Eduardo Rodrigo	Circulo Aiapaec
PER	Diana Claudia Garcia Ito	I.E.P Trinomio
NAY	Gauden Ronaldo Villaseñor Rodriguez	Secundaria General 55 Prisciliano Sanchez
COA	Isaías Rafael López Terrones	Colegio Cervantes Torreón
PER	Maydena Nancy Wendy Montesinos Mamani	Cramer-Puno
BCS	Natalia Michelle Gallardo Torres	Instituto Gauss-Euler
OAX	Quetzalli Cruz De La Cruz	Olimpiada Oaxaca
PER	Néstor Gabriel Suca Huarachi	Cramer-Puno
TAM	Pedro Emmanuel Benitez Mtz	Instituto Winston Churchill
JAL	Grace Alejandra Valencia Villanueva	Cepac Jalisco
JAL	Omar Hernández Pérez	Instituto Tepatitlán
JAL	Sayuri Ximena Rivera Araujo	Cepac Jalisco
OAX	Carlos Farid Hernández Aguilar	Olimpiada Oaxaca

PER	Mijael Andy Joseph Pacori Condori	I.E.P. Trinomio
BC	Daniel Alonso Marquez Corona	Universidad Del Noroccidente De Latinoamerica. Undl
TLX	Ever Juárez Quiñones	Colegio José María Lafragua
PER	Jossué David Cáceres Saraza	Cramer-Puno
PER	Angel Matthias Vargas Tarazona	Saco Oliveros
PER	Diana Esmeralda Huacasi Durand	Cramer-Puno
PER	Fabrizio Deco Canahui Callo	I.E.P Trinomio
SLP	Juan Pablo Rodas Oliva	Colegio Presidente Kennedy
ZAC	Rafael Argumedo Solis	Instituto Educativo Ammadeus
MEX	Alejandro Pérez Chávez	Colegio México Americano Texcoco
SIN	Axel Fernández Soto	Instituto Jean Piaget Del Río
ZAC	Bruno González Sánchez	Instituto Educativo De Zacatecas
MEX	Camila Darany Rodríguez Martínez	Colegio México Americano Texcoco
TAB	Charly Giovany Vidal Rosaldo	Secundaria Tecnica 9
MIC	Dulce Paloma Romero Díaz	Colegio Huetamo
PER	Emily Nicole Salcedo Paquita	Cramer-Puno
MEX	Ian Gabriel Peña Márquez	Colegio México Americano Texcoco
JAL	Isabela Barrera Leal	Cedi
PER	Joseph Willy Calsina Flores	Cramer-Puno
BCS	Kenya Nicole Nava Montoya.	Colegio Ugarte De Los Cabos.
QRO	Mariana Lemarroy Mendoza	Carol Baur
PER	Max Joaquín Palomino Inza	Saco Oliveros
MEX	Rodrigo Ávila Guzmán	Colegio México Americano Texcoco
PER	Vera Aguilar Alexander Benjamin	Iep Aiapaec
PER	Arisa Gabriela Zambrano Caceres	Cramer-Puno
JAL	Emmanuel Buenrostro Briseño	Cepac Jalisco
TAM	Rodrigo Alonso Benitez Mtz	Instituto Winston Churchill

Mención Honorífica

QRO	Angela Maria Llinas De La Cruz	Carol Baur
NL	Diego Antolín Hernández Beltrán	Sec85 Alberto Santos De Hoyos
BCS	Luz Adilene Segovia Montiel	Instituto Gauss-Euler
NL	Mauricio De Lara Macias	Euroamericano Sur
COA	Natalia García Esquivel	Jefferson School
TAB	Yessy Sophia Vidal Rosaldo	Secundaria Tecnica 9
OAX	Eugenia María Cruz Pérez	Olimpiada Oaxaca
BCS	Juan Luis Manríquez Sequera	Instituto Gauss-Euler
QRO	Natalia Guevara Rivera	Saint Augustine School
AGS	Ángel Cedillo Vázquez	Colegio Nueva Era Álamo
NL	Dana Valentina Longoria Tello	Secundaria Técnica 25 "Diego De Montemayor"
JAL	Galileo López Loreto	Cepac Jalisco
COA	Alejandra Ayme Anzures Castillo	Colegio Cervantes Torreón
PER	Alejandro David Pineda Miranda	Cramer-Puno
GTO	Ana Lucía Cano Güémez	Instituto Cumbres Celaya
TLX	Edgar Pérez Portillo	Instituto Libertad

OAX	Ernesto Álvarez Hernández	Colegio Unión Y Progreso
GUE	Gadiel García Piza	Colegio Militarizado Madrid
SIN	Iván Santiago González Magaña	San Sebastian
COA	Jesús Fernando García Hidrógo	Jerusalem School
SLP	Leyna Chrystelle Santos Ramírez	Instituto Mariano Arista
MEX	Luis Antonio Sosa Ruiz	Colegio México Americano Texcoco
MEX	Mario Abraham Rodríguez De La Cruz	Colegio México Americano Texcoco
CHS	Ruth Esmeralda Utrilla Verá	Secundaria 44
PER	Wilson Max Chura Condori	I.E.P Trinomio
QRO	Laura Villalobos Sámano	Roberto Ruiz Obregón
NL	Santiago Polendo Perini	Latin American School Of Monterrey

Categoría Canguro

Primer Lugar

PER	Augusto Eduardo Perales Guevara	Pedro Ruiz Gallo
JAL	Hector Franco Torres Manzano	Escuela Preparatoria No. 5 Universidad De Guadalajara
PER	Josue Rodrigo Arcana Miranda	I.E.P Trinomio
PER	Juan Daniel Mamani Mamani	I.E.P Trinomio
TAM	Ana Camila Cuevas González	Instituto Winston Churchill
PER	Edison Jean Franco Coaguila Fuentes	I.E.P. Trinomio
PER	Flores Lalangui Benjamin Nicolas	Iep Aiapaec
SIN	Rolando Soto Carrizales	Jean Piaget Del Río

Segundo Lugar

OAX	Alexis Alberto Victoria García	Olimpiada Oaxaca / Cbtis 123
QNR	Alier Sánchez Y Sánchez	Colegio Kuulcán
TLX	Arantza Torres Baez	Centro De Bachillerato Tecnológico Industrial Y De Servicios No.3
OAX	Bastian Alejandro López Vásquez	Olimpiada Oaxaca
OAX	David García Maldonado	Olimpiada Oaxaca
ZAC	Dayana Ximena Meza Arellano	"J. Trinidad García De La CadenaÇebaare
COA	Diana Laura Garza De La Riva	Colegio Cervantes Torreón
PER	Raquel Apaza Apaza	I.E.P Trinomio
OAX	Sergio Barragán Arroyo	Olimpiada Oaxaca
SLP	Valentina Acosta Bueno	Tecnológico De Monterrey
TLX	Yaremi Paul Baez	Centro De Bachillerato Tecnologico Industrial Y De Servicion No. 3

Tercer Lugar

PER	Aguilera Manchay Enver Williams	Iep Aiapaec
PER	Centeno Chacon Andre Matias	Iep Aiapaec

PER	Daniel Emmanuel Muñuico Ortiz	Cramer-Puno
PER	Daniel Mijhael Choquehuanca Jaliri	Cramer-Puno
SIN	Emilio Moreno Pérez	Instituto Jean Piaget Del Río
PER	Guevara Carrasco Emanuel Fabian	Iep Aiapaec
AGS	Habid Pablo De Jesus Santiago Chavez	Esc Sec Gral 36
TAM	Isabela Loredo Carvajal	Colegio Nuevo Santander
ZAC	Javier Mena	Jose Vasconcelos
SLP	Jose Luis Sánchez Jiménez	Cobach 01
NL	Juan José De Jesús Hernández Beltrán	Preparatoria 9 Uanl
AGS	Logan Guerrero Díaz	Escuela Secundaria General No. 36 .Enseña Nacional"
COA	Luis Antonio Hernández Del Rio	Colegio Cervantes Torreón
BC	Oscar Jiménez Rodríguez	Undl
PER	Sanchez Silva Ivan Alexander	Iep Aiapaec
AGS	Uma Salcedo Reyes	Instituto Sanford

Mención Honorífica

COA	Andrés Emiliano De La Garza Rosales	Liceo Freinet
HGO	Claudia Itzel Perez Lara	Cecyt 16 Ipn Hidalgo
SLP	Daniel Ramírez Kühn	Apostólica
PER	Edson Angelo Calla Mamani	I.E.P. Trinomio
MEX	Emilio Estrada Pérez	Inedib
JAL	Fernando González Ruiz	Cedi
OAX	Jenny Yakarta Pérez Alejandres	Instituto Blaise Pascale
SLP	Jesús Eduardo Ramírez Mejía	Itesm
NL	José María Salvador	Colegio Euroamericano De Monterrey
OAX	Melissa Isabel González Ordaz	Olimpiada Oaxaca
PER	Paolo Vinchensso Mamani Apaza	Cramer-Puno
SIN	Rafael Verdugo Hernández	Preparatoria Tecnológico De Monterrey De Sinaloa
OAX	Santiago González Salud	Olimpiada Oaxaca
TLX	Armando García Vivas	Secundaria Técnica N°2 Çamaxtli"
BCS	Bianca Daniela Maya García	Cobach 04
COA	Carlos Gibrán Verastegui Iglesias	Colegio Cervantes Torreón
COA	Damaris Paola Castrellon Carrillo	Colegio Cervantes Torreón
TAM	Dulce Alejandra Sánchez López	Itesm Campus Tampico
COA	Fernando Daniel Saucedo Hernández	Sec. Margarita Maza De Juárez
COA	Hanna Sofia Zavala Cepeda	Colegio Cervantes Torreón
SLP	Javoer Alejandro Patiño Medrano	Apostólica
PER	Jeanpierre Alexander Mayta Barrios	Cramer-Puno
TAM	José Antonio Reyes Islas	Cbtis 103
BC	José Sebastián Figueroa Páez	Secundaria Colegio Pearson
NL	Lucero Díaz Ortega	Cara
JAL	Miguel Esteban Martinez Villegas	Colegio Cambridge
VER	Sarah Martínez García	Motolinía
TLX	Sebastián Pérez Oregel	Secundaria Lic. Emilio Sánchez Piedras
COA	Victor Alejandro	Colegio Cervantes Torreón

MEX	Ximena Michelle Romero Yañez	Colegio México Americano Texcoco

Categoría Uomabat

Primer Lugar

CHI	Jorge Gómez Flores	Instituto Tesla De Ciudad Juárez
CHI	Katia García Orozco	Prepa Tec Campus Ciudad Juárez

Segundo Lugar

PER	Denilson Ademir Quispe Ayala	Cramer-Puno
TLX	Emmanuel Ivan Montiel Paredes	Instituto Fray Pedro De Gante

Tercer Lugar

CHI	Adriana García Arias	Preparatoria Uvm
PER	Alberto Larico Perez	Cramer-Puno
AGS	Ana Stephanie Esparza Dávila	Bachuaa
CHI	Ángel David Ávila Pérez	Cbtis 122
PER	Cristhian Gianpieer Mamani Humpiri	I.E.P Trinomio
SLP	Francisco Jesús Hernández Hernández	Colegio De Bachilleres Del Estado De San Luis Potosí Plantel 28
HGO	Joaquín Vite Navarro	Escuela Preparatoria Número Uno
OAX	Neftalí Adolfo Maceda Espinosa	Olimpiada Oaxaca

Mención Honorífica

PER	Angeles Camila Paucar Herrera	I.E.P. Trinomio
PER	Joseph Franklin Aracayo Quispe	I.E.P. Trinomio
PER	Kevin Alessandro Cornejo Mamani	Cramer-Puno
PER	Max Anthony Mamani Maquera	Cramer-Puno
OAX	Natalia Montserrat Cruz Pérez	Liceo Federico Froebel
SLP	Rodrigo Gaeta López	Instituto Tecnológico De Monterrey
OAX	Saúl Villalobos Fajardo	Olimpiada Oaxaca
PER	Johanna Naomi Condori Catacora	Cramer-Puno
JAL	José Ángel López Loreto	Ceti Colomos
JAL	Sebastian Vidal Montiel	Escuela Preparatoria No. 5 Universidad De Guadalajara

Enunciados de los Problemas

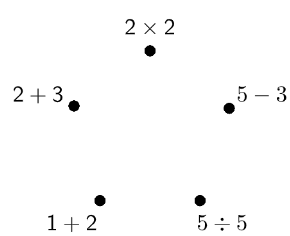
Presentamos los problemas que se resolvieron en la X Olimpiada Matemática de Otoño. A modo de recordatorio, la competencia estuvo divida en las siguientes 5 categorías:

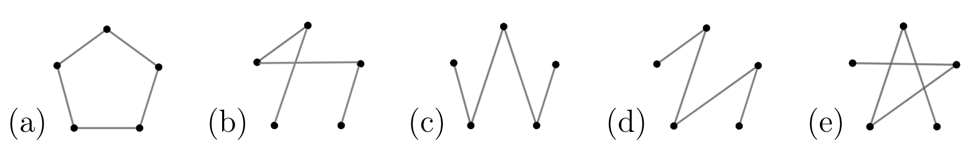
- Cuyo: 3° y 4° año de primaria.
- Koala: 5° y 6° año de primaria.
- Walabi: 1° y 2° año de secundaria.
- Canguro: 3° de secundaria y 1° año de bachillerato.
- Uombat: 2 y 3° año de bachillerato.

En esta sección encontrarás los problemas tal como aparecieron en el examen en cada una de las seis categorías. Las soluciones a todos los problemas puedes consultarlas en el próximo capítulo.

Cuyo

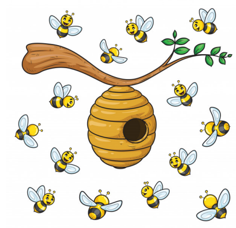
Problema 1. Christian resuelve las operaciones de la derecha para unir en orden los puntos del 1 al 5. ¿Qué figura le queda?





Problema 2. Había cierto número de abejas en una colmena. Cuarenta y siete abejas salieron a recolectar polen pero solo treinta y cinco regresaron a la colmena. Ahora hay

quinientos sesenta abejas. ¿Cuántas abejas había al inicio?



(a) 576 (b) 582 (c) 548 (d) 607 (e) 572

Problema 3. A trece niños, numerados del 1 al 13, se les van a dar dulces. Se tienen 2019 dulces, los cuáles van a ser entregados en orden. Un dulce al niño 1, otro al niño dos y así sucesivamente hasta que se da un dulce al niño 13. Repetimos esto mientras tengamos dulces que repartir. ¿Quién de los siguientes niños recibe más dulces?

(a) El 12 (b) El 10 (c) El 8 (d) El 6 (e) El 4

Problema 4. German quería multiplicar un número por 2020 pero se le olvidaron los ceros y lo multiplicó por 22, obteniendo como resultado 286. ¿Qué número debería haber obtenido?

(a) 28600 (b) 26280 (c) 26260 (d) 30800 (e) 38000

Problema 5. Las edades de Cami, Joce y Andrés suman 32 años. ¿Cuál será la suma de sus edades dentro de 5 años?

(a) 32 (b) 34 (c) 37 (d) 42 (e) 47

Problema 6. En México hay billetes de 20 pesos, 50 pesos y 100 pesos y otros de mayor denominación. Esteban tiene 18 billetes de 50 pesos y quiere cambiarlos por algunos otros billetes. ¿Qué puede recibir a cambio?

(a) Un billete de 100
(b) Cuatro billetes de 200
(c) Seis billetes de 200
(d) Un billete de 200 y otro de 500
(e) Dos billetes de 200 y otro de 500

Problema 7. En una tienda, dos metros de tela verde cuestan 70 pesos y tres metros de tela negra cuestan 50 pesos. ¿Cuál de las siguientes compras puede ser cubierta con 121 pesos?

(a) 4 metros de tela verde
(b) 3 metros de tela verde y uno de tela negra
(c) 3 metros de tela verde y 90 cm de tela negra
(d) 2 metros de tela verde y 3 metros y medio de tela negra
(e) 6 metros de tela negra y uno de tela verde

Problema 8. Cuando son las 3 pm en Londres son las 4 pm en Madrid y son 9 am del mismo día en México. Ceci se fue a dormir a las 9 pm del día de ayer en México. ¿Qué hora era en Madrid en ese momento?

(a) 4 am de ayer (b) 4 pm de ayer (c) 4 am de hoy
(d) 9 am de hoy (e) Medianoche

Problema 9. La abuela ha horneado 12 galletas para sus 11 nietos. Si quiere que todos reciban la misma cantidad de galletas. ¿Cuántas galletas más tiene que hornear la abuela?

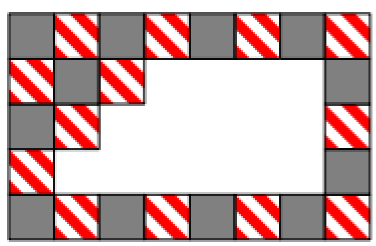
(a) 1 (b) más de 1 pero menos de 5 (c) de 5 a 10
(d) 10 (e) más de 10

Problema 10. Itzel quiere agregar el número 2 a 1345 de forma que el número de cinco cifras que le quede sea lo menor posible. ¿Dónde debe colocarlo?

(a) antes del 1 (b) entre 1 y 3 (c) entre 3 y 4
(d) entre 4 y 5 (e) después del 5

Problema 11. En un dado de seis caras, cada cara tiene cierta cantidad de puntos que van desde el 1 al 6. ¿Cuántos puntos hay en un dado?

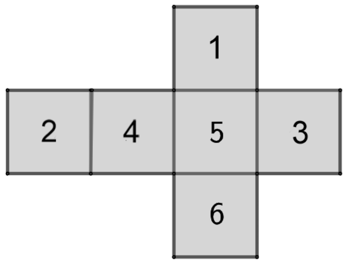
Problema 12. Se construyó un piso intercalando dos clases de mosaicos: unos grises y otros rayados, pero se desprendieron algunos mosaicos como se muestra en la figura. ¿Cuántos mosaicos grises se desprendieron?

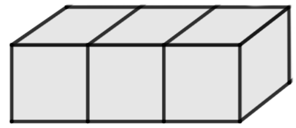


Problema 13. Se van a colocar en filas los asientos para un auditorio, de tal manera que la primera fila tenga 20, la segunda 25, la tercera 30, la cuarta 20, la quinta 25 y así sucesivamente. Si en total se colocaron 770 asientos, ¿cuántas filas se formaron?

Problema 14. Chris tiene una cartulina de 12 cm $\times$ 3 cm que quiere cortar en dos o más pedazos rectangulares con los cuales pueda formar un cuadrado, sin encimar, ni dejar ningún pedazo olvidado. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado que va a formar?

Problema 15. Luis usó el siguiente patrón de papel para formar varios cubos con las caras numeradas. Después tomó tres y los juntó para formar una hilera de cubos idénticos, como se ve en la figura de la derecha. Para juntar dos cubos, Luis decidió hacerlo únicamente por las caras que tienen el mismo número marcado. ¿Cuánto suman los números que quedan escritos sobre la figura formada? **Nota:** Los números sobre la figura son todos los que pueden verse si se gira la pieza, o se observa desde abajo, arriba, frente, atrás o por los lados.

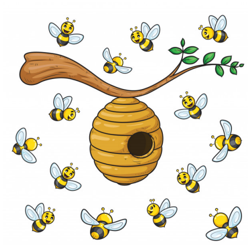




Koala

Problema 1. Había cierto número de abejas en una colmena. Cuarenta y siete abejas salieron a recolectar polen pero solo treinta y cinco regresaron a la colmena. Ahora hay quinientos sesenta abejas. ¿Cuántas abejas había al inicio?

(a) 576 (b) 582 (c) 548 (d) 607 (e) 572



Problema 2. Un acertijo consiste en adivinar la forma y el color que tiene un objeto a partir de las siguientes 5 pistas:

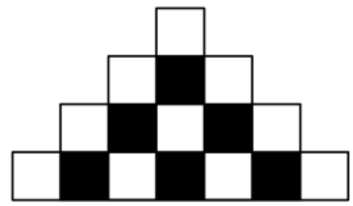
- Si es azul, entonces es redondo.
- Si es cuadrado, entonces es rojo.
- Es azul o amarillo.
- Si es amarillo, entonces es cuadrado.
- Es cuadrado o redondo.

¿Cómo es el objeto?

(a) redondo y azul (b) cuadrado y rojo (c) cuadrado y azul
(d) redondo y rojo (e) No se puede saber

Problema 3. La siguiente figura son las primeras cuatro filas de un tablero de ajedrez raro en el que se colorean las casillas de manera alternada de blanco y negro. Todas las filas comienzan y acaban con blanco. La primera fila tiene 1 casilla, la segunda fila tiene 3 casillas, la tercera fila tiene 5 casillas, la cuarta fila tiene 7 casillas, etc. ¿Cuántas casillas **negras** tiene la fila número 17?

(a) 16 (b) 17 (c) 18 (d) 33 (e) 34

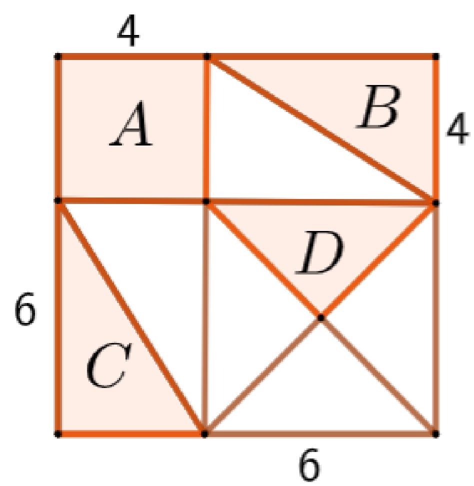


Problema 4. Uge quiere pintar la frase “VIVA CASA CARMA” en una pared. Le gustaría que las letras distintas estén pintadas de colores diferentes y las letras iguales sean del mismo color. ¿Cuántos colores necesitará?

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6 (e) 7

Problema 5. El siguiente rectángulo se ha dividido en 9 partes. ¿Cuál de las figuras sombreadas tiene mayor área?

(a) La A (b) La B (c) La C (d) La D (e) No se puede determinar



Problema 6. Cuando son las 3 pm en Londres son las 4 pm en Madrid y son 9 am del mismo día en México. Ceci se fue a dormir a las 9 pm del día de ayer en México. ¿Qué hora era en Madrid en ese momento?

(a) 4 am de ayer (b) 4 pm de ayer (c) 4 am de hoy
(d) 9 am de hoy (e) Medianoche

Problema 7. German quería multiplicar un número por 2020 pero se le olvidaron los ceros y lo multiplicó por 22, obteniendo como resultado 286. ¿Qué número debería haber obtenido?

(a) 28600 (b) 26280 (c) 26260 (d) 30800 (e) 38000

Problema 8. Las edades de Cami, Joce y Andrés suman 32 años. ¿Cuál será la suma de sus edades dentro de 5 años?

(a) 32 (b) 34 (c) 37 (d) 42 (e) 47

Problema 9. Alan sale a correr todos los días. De lunes a viernes él corre 1 km, los sábados corre 2 km y los domingos corre 3 km. Cierto día Alan dijo: "Ayer corrí 1 km y anteayer corrí más de 1 km". ¿En qué día de la semana Alan dijo esto?

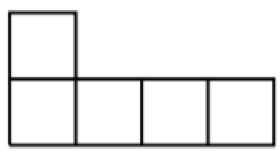
(a) lunes (b) martes (c) miércoles (d) jueves (e) viernes

Problema 10. Una lista de 7 números se forma comenzando con dos números dados. Cada número en la lista es la multiplicación de los dos números previos. Encuentra el primer número de la lista si los últimos tres se muestra:

$$\underline{\ ?\ }, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\ 16\ }, \underline{\ 64\ }, \underline{\ 1024\ }$$

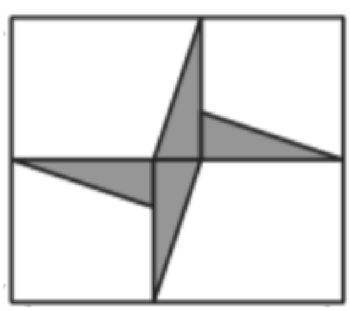
(a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 8 (e) 1

Problema 11. ¿Cuál es el menor número de piezas como estas que necesitas para formar un cuadrado?

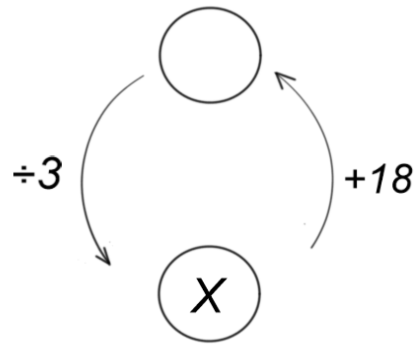


Problema 12. La abuela ha horneado 12 galletas para sus 11 nietos. Si quiere que todos reciban la misma cantidad de galletas. ¿Cuántas galletas más tiene que hornear la abuela?

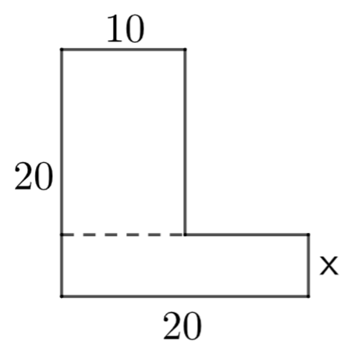
Problema 13. La siguiente figura muestra cuatro triángulos rectángulos iguales dentro de un rectángulo que mide 18 cm de alto y 20 cm de largo. ¿Cuánto mide el área de los cuatro triángulos sombreados?



Problema 14. En la imagen se muestran dos círculos en un ciclo, con flechas. Deseamos colocar números enteros positivos en cada uno para que podamos realizar las operaciones indicadas y que se cumpla el ciclo. ¿Qué número debemos colocar donde está escrito x?

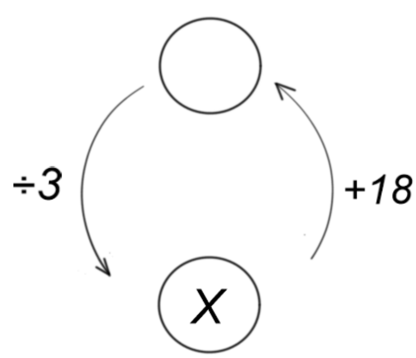


Problema 15. La siguiente figura muestra un terreno en forma de L, con ángulos rectos en todas las esquinas. Se muestran las medidas de algunos de los lados. Si la línea punteada divide al terreno en dos terrenos rectangulares con el mismo perímetro, ¿cuál es el valor de x?



Walabi

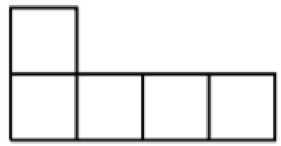
Problema 1. En la imagen se muestran dos círculos en un ciclo, con flechas. Deseamos colocar números enteros positivos en cada uno para que podamos realizar las operaciones indicadas y que se cumpla el ciclo. ¿Qué número debemos colocar donde está escrito x?



Problema 2. Itzel quiere agregar el número 2 a 1345 de forma que el número de cinco cifras que le quede sea lo menor posible. ¿Después de cuál número debe colocarlo?

Problema 3. La suma de los dígitos del año actual es 2+0+2+0=4. ¿Cuántos años deben pasar para encontrar el siguiente año que cumpla que la suma de sus dígitos sea 4?

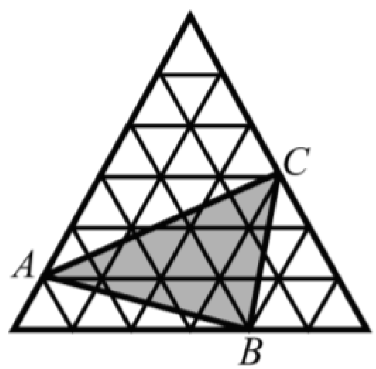
Problema 4. ¿Cuál es el menor número de piezas como estas que necesitas para formar un cuadrado?



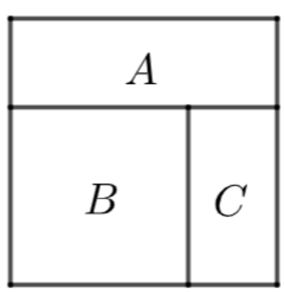
Problema 5. ¿Cuántos números de cuatro dígitos son tales que el dígito de las centenas es 3 y el resto de los dígitos suman 3?

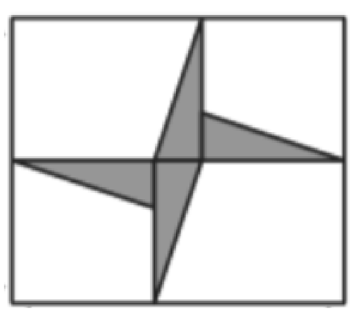
Problema 6. $\diamondsuit$, Δ y $\blacksquare$ son números enteros **distintos** que cumplen $\diamondsuit \times \Delta \times \blacksquare = 36$. ¿Cuál es el valor más grande que $\diamondsuit + \Delta + \blacksquare$ puede ser?

Problema 7. El triángulo equilátero más grande está dividido en 36 triangulitos equiláteros de área 1 cm^2 cada uno. Halle el área del triángulo ABC.



Problema 8. La figura muestra un cuadrado que ha sido dividido en un cuadrado más pequeño B y dos rectángulos A y C. Se sabe que el perímetro de C es 16 cm y que el área de A es 24 cm^2. ¿Cuál es el área de B?.





Problema 9. La siguiente figura muestra cuatro triángulos rectángulos iguales dentro de un rectángulo que mide 18 cm de alto y 20 cm de largo. ¿Cuánto mide el área de los cuatro triángulos sombreados?

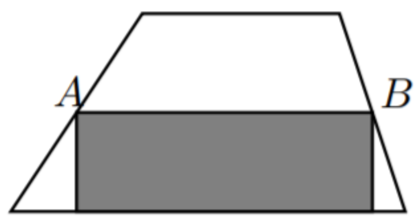
Problema 10. Dos lados de un cuadrilátero miden 1 y 4 cm. Una de las diagonales mide 2 cm, y divide al cuadrilátero en dos triángulos isósceles. ¿Cuánto mide el perímetro de la figura?

Problema 11. Para realizar una actividad en la escuela de Monse se han formado 5 equipos de 3 personas. La maestra ha pedido que algunos se sienten al rededor de una mesa circular, la cual tiene 5 bancos dobles, es decir, en cada banco hay lugar sólo para dos personas. Antes de comenzar deben seguir las siguientes reglas:

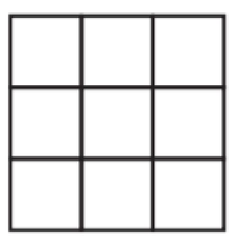
- La mesa debe estar llena.
- En cada banco deben haber dos 2 integrantes del mismo equipo.
- Importa el orden en el que se encuentren sentados los amigos en el banco. Es distinto que se sienten Monse y Ceci en ese orden. A que se siente primero Ceci y luego Monse.

¿De cuántas maneras distintas pueden llenar la mesa de juego?
Nota: Dos acomodos son iguales si se puede llegar de uno al otro girando la mesa.

Problema 12. El rectángulo sombreado tiene un área de 13 cm^2. A y B son los puntos medios de los lados del trapecio. ¿Cuál es el área del trapecio?



Problema 13. Miguel desea colorear las casillas de un tablero de 3×3 de manera que las tres casillas de cada fila, de cada columna y de cada una de las dos diagonales sean de tres colores diferentes. ¿Cuál es el mínimo número de colores que debe usar?



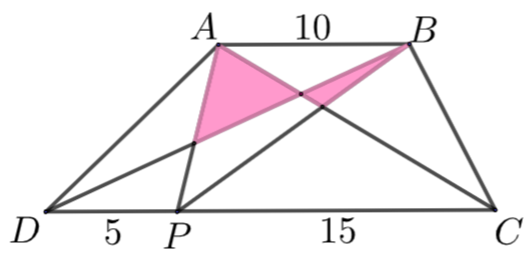
Problema 14. Yareli pensó en un número de dos dígitos ab y se lo dijo a Daniela, quien lo volteó para obtener el número ba. Cuando los restaron, su diferencia fue exactamente 18. ¿Cuántos números pudo haber elegido Yareli?

Problema 15. Ricardo tiene n números enteros en una lista. Si multiplica los números de su lista obtiene 4 y si los suma, también obtiene 4. ¿Cuántos enteros positivos **no** pueden ser el valor de n?
Nota: En la lista de Ricardo también pueden haber números negativos.

Canguro

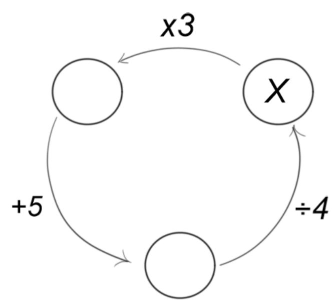
Problema 1. La suma de los dígitos del año actual es 2+0+2+0=4. ¿Cuántos años deben pasar para encontrar el siguiente año que cumpla que la suma de sus dígitos sea 4?

Problema 2. La siguiente figura muestra un trapecio $ABCD$ con AB paralelo a CD, $AB = 10, CD = 20$ y área 360. Se marca un punto P sobre CD tal que $CP = 15, PD = 5$. Se trazan PA, PB. Encuentra el valor de las áreas sombreadas.

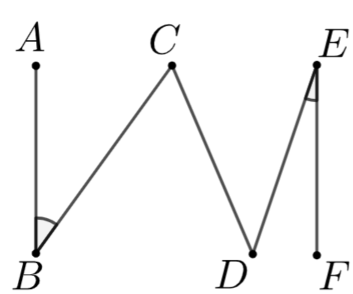


Problema 3. Alex tiene 75 fichas rojas y 75 fichas azules. Hay una cabina donde Alex puede dar 2 fichas rojas y recibir a cambio una ficha plateada y una ficha azul; hay otra cabina donde Alex puede dar tres fichas azules y recibir una ficha plateada y una ficha roja. Alex continúa intercambiando sus dichas hasta que no puede hacer más intercambios. ¿Cuántas fichas plateadas obtiene al final?

Problema 4. En la imagen se muestran tres círculos en un ciclo, con flechas. Deseamos colocar números enteros positivos en cada uno para que podamos realizar las operaciones indicadas y que se cumpla el ciclo. ¿Qué número debemos colocar donde está escrito x?



Problema 5. En la siguiente figura los segmentos AB y EF son paralelos y las medidas de los ángulos marcados son: $\angle ABC = 37$ y $\angle DEF = 19$. ¿Cuánto vale $\angle BCD - \angle CDE$?



Problema 6. Daniela forma listas de una forma muy particular. Ella tiene siete tarjetas, cada una con un número primo distinto escrito en el dorso. Las reparte al azar en tres cajas de la siguiente manera: pone cuatro tarjetas en la primer caja, dos en la segunda y una en la tercera. Para cada caja, calcula la multiplicación de los números que hay dentro de ella y lo llama el "número de la caja"(en la tercer caja escribe solamente el número de la tarjeta que contiene). Finalmente, ordena de menor a mayor los números de caja y así obtiene su lista. ¿Cuántas listas distintas puede obtener con este proceso?

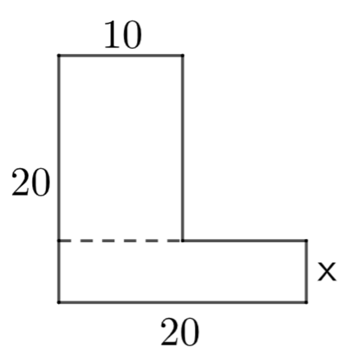
Problema 7. Ocho sobres idénticos contienen los números 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 y 128 (un número en cada sobre). Eva escoge algunos sobres al azar. Alicia toma el resto. Cada una suma los números en sus respectivos sobres. La suma de Eva supera en 31 a la de Alicia. ¿Cuántos sobres tomó Eva?

Problema 8. A Luis le gusta dibujar todo tipo de figuras geométricas. Un día estaba trazando también las diagonales de estas figuras, es decir, las líneas que unen cualesquiera dos de sus vértices. Había contado que uno de sus polígonos favoritos tiene 135 diagonales, pero entre sus dibujos ya no sabe de qué figura se trataba. ¿Cuántos vértices tiene ese polígono?

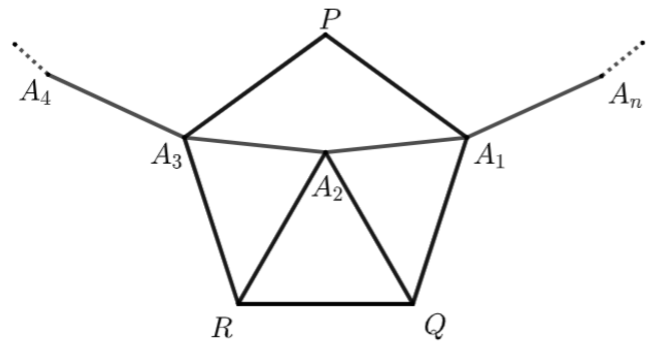
Problema 9. ¿Cuántos números de cuatro cifras son múltiplos de 25 y todos sus dígitos son distintos?

Problema 10. Si Monse se para sobre la mesa y Luis sobre el piso, entonces Monse es 80 centímetros más alta que Luis. Sin embargo, si Luis se para sobre la mesa y Monse sobre el piso, Luis es 100 centímetros más alto que Monse. ¿Cuántos centímetros hay de diferencia entre las alturas de Luis y Monse?

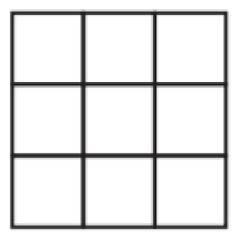
Problema 11. La siguiente figura muestra un terreno en forma de L, con ángulos rectos en todas las esquinas. Se muestran las medidas de algunos de los lados. Si la línea punteada divide al terreno en dos terrenos rectangulares con el mismo perímetro, ¿cuál es el valor de x?



Problema 12. En la figura, PA_1QRA_3 es un pentágono regular y QA_2R es un triángulo equilátero. Si se toma A_4 de modo que $A_3A_4 = A_2A_3$ y $\angle A_2A_3A_4 = \angle A_1A_2A_3$, y luego A_5 de modo que $A_4A_5 = A_3A_4$ y $\angle A_3A_4A_5 = \angle A_2A_3A_4$, y así sucesivamente, se forma un polígono regular $A_1A_2A_3A_4 \ldots A_n$ que termina cerrando en A_1. ¿Cuál es el valor de n, es decir el número de vértices de ese polígono?



Problema 13. Miguel desea colorear las casillas de un tablero de 3×3 de manera que las tres casillas de cada fila, de cada columna y de cada una de las dos diagonales sean de tres colores diferentes. ¿Cuál es el mínimo número de colores que debe usar?



Problema 14. Una baraja de Totorodeck consiste de 60 cartas: hay 10 cartas numeradas del 1 al 10 para cada uno de 6 colores –azul, verde, rojo, amarillo, negro y rosa. Una mano de Totorodeck son 6 cartas, sin considerar el orden entre ellas (la mano $1, 2, 3, 4, 5, 6$ es la misma mano que $1, 3, 6, 2, 5, 4$). ¿Cuántas manos tienen tres *pares* distintos?

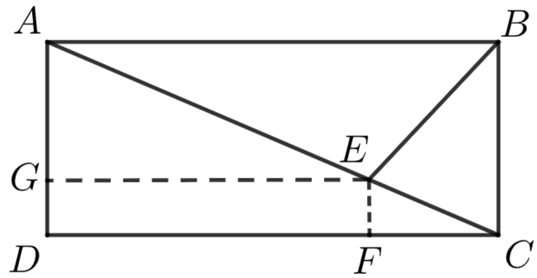
Nota: Un *par* son dos cartas con el mismo número, de colores diferentes.

Problema 15. Yareli pensó en un número de tres dígitos *abc* y se lo dijo a Daniela, quien lo volteó para obtener un número de tres dígitos *cba*. Cuando Yareli resto su número al de Daniela (es decir *abc*-*cba*) el resultado fue 495. ¿Cuántos números pudo haber elegido Yareli?

Uombat

Problema 1. ¿Cuántos números de 4 dígitos a cumplen que la suma de los dígitos de a es menor que la suma de los dígitos de $a + 2020$? Nota: $a + 2020$ no es necesariamente un número de 4 dígitos.

Problema 2. En el rectángulo $ABCD$ la bisectriz del ángulo $\angle ABC$ corta a la diagonal en el punto E. Si las distancias del punto E a los lados CD y AD son 3 y 12 respectivamente, ¿cuál es la longitud del lado CD?



Problema 3. Decimos que un número entero positivo es *bacán* si los restos de dividirlo entre 1,2, 3 y 4 son todos distintos. Por ejemplo 35 es bacán porque al dividirlo entre 1 deja resto 0, entre 2 el esto es 1, entre 3 el resto es 2 y entre 4 el resto es 3. ¿Cuántos números bacanes hay entre 1 y 1000?

Problema 4. Una caja contiene pelotas rojas, verdes y azules. Si se extraen 10 pelotas cualesquiera, entre ellas siempre hay al menos una de cada color. ¿Cuál es el máximo número de pelotas que puede haber en la caja?

Problema 5. Yareli pensó en un número de tres dígitos abc y se lo dijo a Daniela, quien lo volteó para obtener un número de tres dígitos cba. Cuando Yareli resto su número al de Daniela (es decir $abc - cba$) el resultado fue 495. ¿Cuántos números pudo haber elegido Yareli?

Problema 6. ¿Para cuáles valores de k las dos raíces de la ecuación $x^2 - 31x + k = 0$ son números primos?

Problema 7. Si Monse se para sobre la mesa y Luis sobre el piso, entonces Monse es 80 centímetros más alta que Luis. Sin embargo, si Luis se para sobre la mesa y Monse sobre el piso, Luis es 100 centímetros más alto que Monse. ¿Cuántos centímetros hay de diferencia entre las alturas de Luis y Monse?

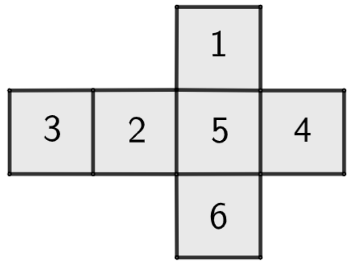
Problema 8. Ocho sobres idénticos contienen los números 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 y 128 (un número en cada sobre). Eva escoge algunos sobres al azar. Alicia toma el resto. Cada una suma los números en sus respectivos sobres. La suma de Eva supera en 31 a la de Alicia. ¿Cuántos sobres tomó Eva?

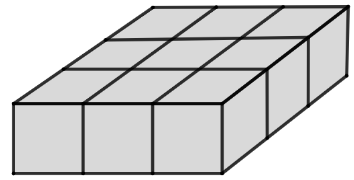
Problema 9. Sea $\triangle ABC$ un triángulo tal que la razón entre la mediana desde A y la mediana desde B es $2:3$. Sean M el punto medio de BC y l una paralela a BC tal que P es el punto de intersección de l con AC y se cumple que $CP = \frac{1}{2}PA$. Sea N el punto de intersección entre l y AM. La paralela a AB que pasa por N corta a BC en Q. Si

$$a = \frac{NP}{QM} \text{ y } b = \frac{PQ}{NM},$$

determina el valor de $a + b$.

Problema 10. Luis usó el siguiente patrón de papel para formar varios cubos con las caras numeradas. Después los juntó para formar una tabla con 9 cubos idénticos. Cada vez que pegaba dos cubos, Luis decidía hacerlo por las caras que tengan el mismo número. Sumando los números que quedan en la superficie de la tabla, ¿cuál es el mayor resultado que puede obtener?





Problema 11. Una baraja de Totorodeck consiste de 60 cartas: hay 10 cartas numeradas del 1 al 10 para cada uno de 6 colores : azul, verde, rojo, amarillo, negro y rosa. Una mano de Totorodeck son 6 cartas, sin considerar el orden entre ellas (la mano $1, 2, 3, 4, 5, 6$ es la misma mano que $1, 3, 6, 2, 5, 4$). ¿Cuántas manos tienen dos tercias distintas?

Nota: Una tercia son tres cartas con el mismo número, de colores diferentes.

Problema 12. ¿Cuál es el mayor entero que es divisor de

$$(n + 1)(n + 3)(n + 5)(n + 7)(n + 9)$$

para todo los enteros pares positivos n?

Problema 13. Alex tiene 75 fichas rojas y 75 fichas azules. Hay una cabina donde Alex puede dar 2 fichas azules y recibir a cambio una ficha plateada y una ficha azul; hay otra cabina donde Alex puede dar tres fichas azules y recibir una ficha plateada y una ficha roja. Alex continúa intercambiando sus dichas hasta que no puede hacer más intercambios. ¿Cuántas fichas plateadas obtiene al final?

Problema 14. Los números x, y cumplen que

$$|x + 27| + \sqrt{y - 13} = 0.$$

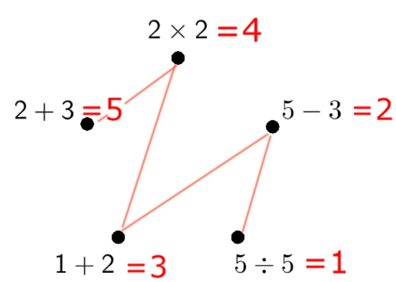
Calcula $|x + y|$. **Nota**. $|x|$ significa la diferencia positiva (o posiblemente cero) de x y 0, por ejemplo $-3{,}5 = 3{,}5$.

Problema 15. Se escriben en una lista una vez el 1, dos veces el 2, tres veces el 3 y así sucesivamente hasta que se escribe sesenta y dos veces el 62. ¿Cuál es la mediana de esta lista de datos? **Nota**. La mediana de una lista de datos, es el número que tiene la misma cantidad de datos menores o iguales que él y datos mayores o iguales que él.

Soluciones a los Problemas

Cuyo

Solución Problema 1. La opción (d). A cada punto le corresponde el resultado de la operación junto a él. Después de resolver las operaciones, comenzando con el 1 y terminando en, 5 Christian une las líneas de la siguiente forma.



Solución Problema 2. La opción (e). De las 47 que salieron, 12 se han quedado fuera. Al final, había en la colmena 560 abejas por lo que sumando las que se quedaron fuera, al principio tuvo que haber 560+12=572 abejas.

Solución Problema 3. La opción (e) el niño 4. Cuando hemos entregado 13 dulces cada niño ha recibido 1. Cuando hemos entregado 26 dulces, cada niño ha recibido 2 dulces. En general, cuando hemos entregado una cantidad dulces que es múltiplo de 13, todos los niños ha recibido la misma cantidad de dulces. Como 2015 es un múltiplo de 13, hasta ese momento todos los niños han recibido la misma cantidad de dulces. Los niños uno, dos, tres y cuatro reciben uno más. De las opciones, el niño que recibe más dulces es el cuatro.

Solución Problema 4. La opción (b). German obtuvo el número 286 al multiplicar 13 por 22. En realidad debió multiplicar el 13 por 2020 para llegar al resultado correcto.

Solución Problema 5. La opción (e). Dentro de cinco años, la edad de cada uno de los tres amigos será 5 años mayor. La suma de sus edades actuales se aumentará en 15 años, por lo que dentro de cinco años sus edades sumarán $32 + 15 = 47$.

Solución Problema 6. La opción (e). La cantidad de dinero que es 18 billetes de 50 son 900 pesos. Sólo hay que calcular cuánto dinero representa cada opción. La opción (a) son 100 pesos. La opción (b) son 800 pesos. La opción (c) son 1200 pesos. La opción (d) son 700 pesos. Finalmente, la opción (e) son los 900.

Solución Problema 7. La opción (c). Debemos obtener el costo de cada pedido. Para la opción (a) nos cuesta $35 \times 4 = 140$ pesos pues cada metro de tela verde vale 35 pesos. Para la opción (b) la tela verde nos costará $35 \times 3 = 105$ pesos, el metro de tela negra vale 50/3, es decir un poco más de 16 pesos este pedido vale más de 105+16=121 pesos. Para la opción (c) tenemos los 105 pesos de tela negra y 90 cm de tela negra cuesta menos de 16 pesos, por lo que este pedido sí es posible cubrirlo con 121 pesos. Para la opción (d) los dos metros de tela verde cuesta 70 pesos, los tres metros de tela negra valen 50 pesos, aquí ya llevamos 120 pesos y agregando el medio metro, nos pasamos. Finalmente, la opción (e) los seis metros de tela negra valen 100 pesos y el metro de tela verde 35 pesos, aquí el costo es 135 pesos.

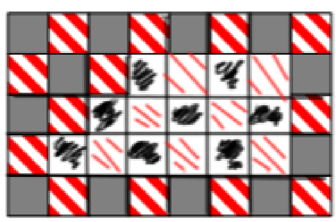
Solución Problema 8. La opción (c). Mientras en México son las 9 am en Madrid son las 4 pm, por lo que, Madrid tiene 7 horas adelantado su reloj. Si adelantamos este tiempo a la hora a las 9 pm de ayer, hora a la que Ceci se fue a dormir, pasaríamos la medianoche y el reloj marcaría las 4 am del día de hoy.

Solución Problema 9. La opción (d). Se necesitan mínimo 22 galletas, para que cada nieto reciba 2 galletas. Entonces se necesitan cocinar 22-12=10 galletas.

Solución Problema 10. La opción (b). Los posibles números que puede obtener Itzel son 21345, 12345, 13245, 13425, 13452. El más pequeño es 12345 que se obtiene colocando el 2 entre el 1 y el 3.

Solución Problema 11. 21 puntos. Basta hacer la suma $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$.

Solución Problema 12. 7 mosaicos grises. Continuando con el patrón alternado, los mosaicos grises los representamos (por una mancha negra). Se concluye que se han desprendido siete mosaicos grises.



Solución Problema 13. 31 filas. Cada tres filas se colocan 75 asientos. Cuando se han colocado 750 asientos, se han colocado $10 \times 3 = 30$ filas. La fila número 31 debe ser una fila de 20 asientos. Por lo que con 31 filas se han colocado los 770 asientos.

Solución Problema 14. 6 cm. El área de la cartulina de Chris es de 36 cm^2. El cuadrado que obtenga a partir de cortar y construir con los pedazos debe tener la misma área, 36 cm^2. Por lo que su lado debe ser de 6 cm.

Solución Problema 15. 49. En los dados que Luis armó, los números en caras opuestas suman 7. Sin importar por cuál lado haya pegado los dados, las caras laterales de la figura que formó serán las caras opuestas del dado que se encuentra en el centro, por lo que sumarán 7. Del mismo modo, por cada número en la superficie de la figura formada, aparece también el número en la cara opuesta del dado al que corresponden. Observa que la figura tiene 14 caras en su superficie, es decir, 7 pares de números que suman 7, que dan un total de $7 \times 7 = 49$.

Koala

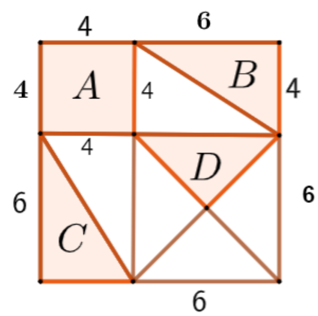
Solución Problema 1. Ver solución de Cuyo, problema 2.

Solución Problema 2. La opción (a). De la tercera pista sabemos que es azul o amarillo. Si es amarillo de la cuarta pista sabemos que es cuadrado, pero si es cuadrado debe ser rojo por la segunda pista lo que es una contradicción al color del objeto. Por lo tanto es azul, y de la primera pista, debe ser redondo. Entonces es azul y redondo.

Solución Problema 3. La opción (a). Notemos que la fila número 2 tiene 1 casilla negra. La fila número 3 tiene 2 casillas negras. La casilla número 4 tiene 3 casillas negras. Todo apunta a que el número de casillas negras es una menos que el número de fila en la que estemos. Por lo tanto la fila numero 17 tiene 16 casillas negras.

Solución Problema 4. La opción (e). La pregunta se puede entender como contar el número de letras distintas que aparecen en la frase. Hay 7: V, I, A, C, S, R y M.

Solución Problema 5. La opción (a). Completamos las medidas de algunos segmentos como se muestra en la figura, pues los segmentos son paralelos a los lados del rectángulo y perpendiculares entre si. Ahora, calculamos el área de cada figura. La figura A es un cuadrado de lado 4, por lo tanto su área es 16. La figura B es la mitad de un rectángulo de lados 4 y 6, por lo que su área es de 12. La figura C también es la mitad de un rectángulo de lados 4 y 6 por lo tanto su área también es 12. La figura D es un curto de un cuadrado de lado 6 por lo tanto su área es $\frac{36}{4} = 9$. En conclusión al figura de mayor área es la A.



Solución Problema 6. Ver solución de Cuyo, problema 8.

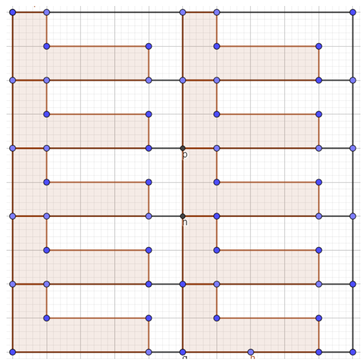
Solución Problema 7. Ver solución de Cuyo, problema 4.

Solución Problema 8. La opción (e). Dentro de cinco años, la edad de cada uno de los tres amigos será 5 años mayor. La suma de sus edades actuales se aumentará en 15 años, por lo que dentro de cinco años sus edades sumarán $32 + 15 = 47$.

Solución Problema 9. La opción (b). Si anteayer corrió más de 1 km entonces fue sábado o domingo. Si fue sábado ayer fue domingo y corrió más de 1 km. Por lo que anteayer fue domingo y ayer lunes. Entonces dijo tal afirmación en martes.

Solución Problema 10. La opción (c). Antes del 16 debemos encontrar un número tal que al multiplicarlo por 16 de 64, es decir el 4. Antes del 4 debemos encontrar un número tal que al multiplicarlo por 4 de 16, es decir el 4. Antes del 4 debemos encontrar un número tal que al multiplicarlo por por 4 de 4, es decir el 1. Antes del 1 debemos encontrar un número tal que al multiplicarlo por 1 de 4, es decir el 4.

Solución Problema 11. 20 piezas. Sea k el menor número de tales piezas que necesitamos para construir un cuadrado. Una de tales piezas utiliza 5 cuadrados. El cuadrado que vayamos a construir utilizará u^2 de estos cuadrados con u entero. Pero también utilizara $5k$ por lo que llegamos a la ecuación $5k = u^2$. De aquí $5|u^2$ y por lo tanto $25|u^2 = 5k$ es decir, k es múltiplo de 5. Si $k = 5$ no vamos a poder construir un cuadrado con 5 de tales piezas, si $k = 10$ el número $5k$ no es un cuadrado perfecto, al igual que para $k = 15$. Para $k = 20$ el número $5k$ sí es un cuadrado perfecto y sí que podemos construir un cuadrado con 20 de tales piezas como se muestra en la siguiente imagen.

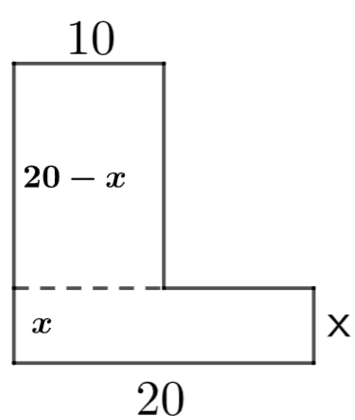


Solución Problema 12. Se necesitan mínimo 22 galletas, para que cada nieto reciba 2 galletas. Entonces se necesitan cocinar 22-12=10 galletas.

Solución Problema 13. Notemos que el largo del rectángulo son dos catetos largos y un cateto corto. El alto del rectángulo es únicamente dos catetos largos. Por lo que su diferencia que es 2 cm también es un cateto corto. De esta manera el cateto corto mide 2 cm y el cateto largo mide 9 cm que es la mitad de los 18 cm de alto. Nos piden el área de los cuatro triángulos, basta encontrar la de uno sólo que es $\frac{9\times 2}{2} = 9$ y multiplicarlo por 4. El área de los cuatro triangulitos sombreados es 36.

Solución Problema 14. Está escrito el nueve. Sea y el otro número que debemos escribir. Tenemos las dos ecuaciones $x + 18 = y$ además de $\frac{y}{3} = x$ resolviendo este sistema de ecuaciones obtenemos que $x = 9$ y $y = 27$

Solución Problema 15. Es 5. De acuerdo a los datos podemos completar la medida de algunos segmentos como se muestra en la figura, debido a que estamos trabajando con rectángulos. El perímetro del rectángulo A es $20+2(20-x) = 60-2x$. El perímetro del rectángulo B es $40+2x$. Por hipótesis $60 - 2x = 40 + 2x$ resolviendo esa ecuación llegamos a que $x = 5$.



Walabi

Solución Problema 1. Ver solución de Koala, problema 14.

Solución Problema 2. Después del 1. Los posibles números que puede obtener Itzel son 21345, 12345, 13245, 13425, 13452. El más pequeño es 12345 que se obtiene colocando el 2 entre el 1 y el 3.

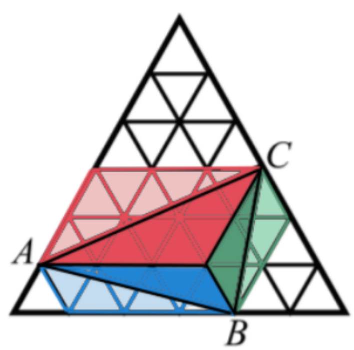
Solución Problema 3. Deben pasar 81 años. El siguiente año después de 2020 cuya suma de dígitos es 4, es el 2101. La respuesta se obtiene de la resta 2101-2020.

Solución Problema 4. Ver solución Koala, problema 11.

Solución Problema 5. Seis números. La cantidad de números que buscamos son los mismos de tres dígitos que cuyos dígitos suman 3, pues con cada uno de estos les insertamos el 3 entre las centenas y las decenas y obtenemos uno los números que nos pide el problema. Los números de tres dígitos cuyas cifras suman 3 son 300, 210, 120, 201, 102 y 111.

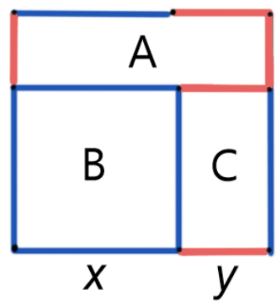
Solución Problema 6. 21. Las maneras de escribir al 36 como producto de tres números distintos es $1 \times 2 \times 18$; $1 \times 3 \times 12$; $1 \times 4 \times 9$; $2 \times 3 \times 6$. Por lo que el máximo valor que puede tomar $\diamondsuit + \Delta + \blacksquare$ es $1 + 2 + 18 = 21$.

Solución Problema 7. 11 cm^2. Los 36 triángulos se han formado trazando líneas paralelas a cada uno de los lados del triángulo equilátero mayor. Usando estas líneas podeos dividir el área sombreada en tres regiones de colores tal como se ve a continuación.



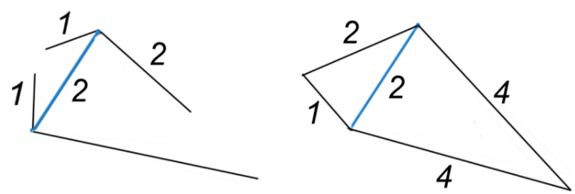
Observa que cada uno de los segmentos AB, AC y BC es diagonal de un paralelogramo dentro del triángulo equilátero, por lo que el $\triangle ABC$ ocupa la mitad de área de los tres paralelogramos juntos. En conjunto, los paralelogramos están formados por 22 triángulos equiláteros de 1 cm^2, por lo que el área de $\triangle ABC = \frac{22}{2} = 11$ cm^2.

Solución Problema 8. 25 cm^2. Llamemos x a la longitud del lado del cuadrado B y y al ancho del rectángulo C. Observamos que $x + y$ es la mitad del perímetro de C es decir $x + y = \frac{16}{2} = 8$ cm, que a su vez es la longitud del rectángulo A. Además, el área de A es 24 cm^2, por lo que $y = \frac{24}{8} = 3$ y $x = 8 - 3 = 5$ cm, de donde obtenemos el área de B.



Solución Problema 9. Ver solución de Koala, problema 13.

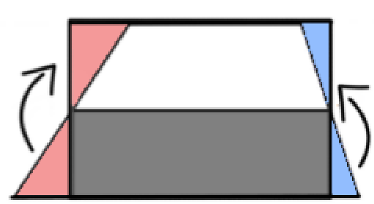
Solución Problema 10. La diagonal de 2 cm junto con el lado de 1 cm son parte de uno de los triángulos isósceles, por lo que el tercer lado debe medir 1 o 2 cm. Por la desigualdad del triángulo, sabemos que el tercer lado debe medir 2 cm, ya que de tener longitud 1 no sería posible formar el triángulo, como se ilustra en la figura de la izquierda.



De igual forma en el isósceles de medidas 2 y 4 cm, el tercer lado debe medir 4 cm, de modo que su longitud sea mayor que la suma de los otros dos lados, y así sea posible formar el triángulo. El cuadrilátero que hemos descrito es tal como se muestra en la figura de la derecha y su perímetro mide 11 cm.

Solución Problema 11. 186, 624 maneras. Dado que dos acomodos se consideran iguales si podemos obtener uno a partir del otro haciendo girar la mesa, pongamos al equipo 1 en cualquier posición y dejémoslo fijo. El equipo 2 tiene cuatro bancos para escoger, el equipo 3 tiene tres bancos, el equipo 4 tiene dos bancos y el equipo 5 ya no tiene elección pues ya todos se sentaron. Por lo que hay 24 maneras de acomodar a los equipos en la mesa. Una vez que cada equipo ha tomado un banco hay seis maneras en que lo puede ocupar, hay tres maneras de elegir quién no se sienta y dos maneras para la forma en la que acomoden los que sí se sienten. Entonces hay seis maneras por cada equipo por lo que la respuesta es $24 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 186{,}624$.

Solución Problema 12. 26 cm^2. El segmento AB es paralelo a las bases del trapecio. Usando el teorema de Thales, como A y B son puntos medios, la altura del trapecio es el doble que la del rectángulo sombreado. Por lo que los triángulos en la base del trapecio son iguales a los marcados en la siguiente ilustración.



Observa que los triángulos rosa y azul del trapecio forman un nuevo rectángulo con el doble de altura. Por lo que el área del trapecio es el doble del área rectángulo sombreado.

Solución Problema 13. 5 colores. Miguel necesita tres colores para pintar las casillas de una diagonal del tablero. Observa que las dos esquinas restantes deben ser de colores distintos. Además éstas no pueden ser de ninguno de los tres colores ya utilizados, ya que no debe usar el mismo color en ninguna fila ni columna. De modo que para pintar las 4 esquinas y el centro necesita de 5 colores diferentes, tal como se ve en la figura de la izquierda. El resto de casillas pueden pintarse usando estos colores.

Solución Problema 14. 15 números. El número ab lo podemos expresar como $10a+b$. Entonces $|10a+b-(10b-a)| = 9|a-b| = 18$ por lo que $|a-b| = 2$ de aquí obtenemos las soluciones $(a, b) =$ (0,2) ; (1,3) ; (2,4) ; (3,5) ; (4,6) ; (5,7) ; (6,8) ; (7,9) Cada pareja nos da dos soluciones, por ejemplo la pareja $(6, 8)$ significa que Yareli pudo pensar el 68 o el 86. La única pareja que no nos da dos soluciones es $(0, 2)$ pues Yareli pudo pensar el 20, pero no pudo pensar el 02 pues no es de dos dígitos. Recordemos que el enunciado no nos pide que ba sea de dos dígitos. En conclusión son 15 números que pudo pensar Yareli.

Solución Problema 15. Cuatro números. Para $n = 1$ no está definido la suma y el producto de un sólo elemento, entonces este número no sirve. Para $n = 2$ podemos tomar la lista de números $2, 2$ pues su suma y producto es 4. De esto notemos que cualquier número positivo de la forma $4k + 2$ servirá pues podemos usar la lista $2, 2$ y $2k$ $-1's$ y $2k$ $1's$, su suma será 4 pues existe la misma cantidad de $-1's$ que $1's$, además su producto también es 4 pues hay una cantidad para de $-1's$. Para $n = 3$ no se puede. Para $n = 4$ tampoco se puede. Para $n = 5$ y en general para los números de la forma $4k + 1$ con $k \geq 1$ podemos tomar la lista de números 4 y $2k$ $1's$ y $2k$ $-1's$, la cual funciona por las misma razones que en la caso de los números de la forma $4k + 2$. El número $n = 7$ no sirve. Para $n = 8$ y en general para los números de la forma $4k$ para $k \geq 2$ podemos usar la lista de números $2, -1, -2, 1, 1, 1, 1, 1$ además de $2k$ $-1's$ y $2k$ $1's$. Para $n = 11$ y en general para los números de la forma $4k + 3$ con $k \geq 2$ podemos usar la lista $-2, -2$ ocho $1's$ y además de $2k$ $-1's$ y $2k$ $1's$. En conclusión los únicos números que no sirven son 1, 3, 4 y 7.

Canguro

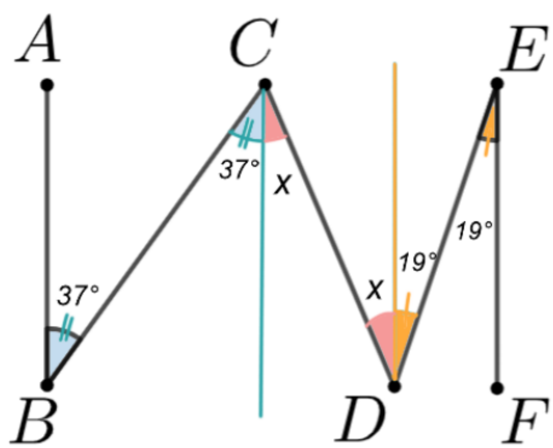
Solución Problema 1. Deben pasar 81 años. Sin cambiar de siglo, los dígitos en la posición de las centenas, decenas y unidades deben sumar 2. Observa que después de 020, el siguiente número cuyos dígitos suman 2, es el 101, por lo que el año que buscamos es el 2101.

Solución Problema 2. El área solicitada es invariante bajo transformaciones afines, por lo que basta hacer un caso especial. Hagamos el caso en el que el trapecio $ABCD$ es isósceles. En este caso es fácil calcular el área y es 48.

Solución Problema 3. Olvidemos las moneadas plateadas en el problema. Sea X el movimiento *cambio dos rojas por una azul* y Y el movimiento *cambio tres azules por una roja*. Aquí es obvio que cada movimiento X o Y da una moneada plateada. Por lo que será suficiente ver cuántos cambios se pueden hacer. Lo central en este problema es notar que si se hace un cambio X seguido de uno Y es igual que hacer un cambio Y seguido de un X. En efecto, sean A y R la cantidad de fichas rojas y negras antes de hacer el cambio X y luego el Y. Tras los cambios pasamos de A y R a $R-2$ y $A+1$ y después con el cambio Y obtenemos $R-1$ y $A-2$. Ahora, si hiciéramos primero el cambio Y luego el X pasamos de A y R a $R+1$ y $A-3$ y después con el cambio X terminamos con $R-1$ y $A-2$. Esto prueba nuestra observación. Como no importa el orden en que hacemos los cambios (mientras sean posibles) basta hacer un caso particular. Si hacemos primero 25 movimientos Y obtenemos $100R$ y 0 A. Luego hacemos 25 movimientos X y obtenemos 0 R y 50 A. Después hacemos 16 movimientos Y para tener 16 R y 2 A. Continuamos con 8 movimientos X para conseguir 0 R y 10 A. Finalmente hacemos tres movimientos Y seguido de un movimiento X para obtener 1 R y 2 A. Como hubo 103 cambios, hay 103 monedas plateadas.

Solución Problema 4. El número en la posición de x es 5. El valor de x cumple la siguiente ecuación: $x = \frac{3x+5}{4}$.

Solución Problema 5. Por C y D sacamos dos lineas paralelas a las lineas AB y EF. De acuerdo al diagrama y por ángulos alternos internos la diferencia es $(37+y)-(19+y) = 16$ grados.



Solución Problema 6. El primo que a ir sólo tiene 7 posibilidades, una vez que lo tomamos los que van ir en parejas tienen $\binom{6}{2} = 15$. Por lo que hay $7 \times 15 = 105$ listas distintas.

Solución Problema 7. Sea E la suma de las cartas de Eva y A la suma de las cartas de *Alicia*. Tenemos $E + A = 255$ y $E - A = 31$. Resolviendo $E = 143$ cada número es escrito de manera única en el sistema binario, que coincide con nuestro problema. Como $128 + 8 + 4 + 2 + 1 = 143$ las cartas que tomo Eva fueron precisamente esas: $\{128, 8, 4, 2, 1\}$. Por lo que tomó cinco cartas

Solución Problema 8. Tiene 30 vértices. Para un polígono con n vértices el número de diagonales que tiene es

$$\frac{(n-3)n}{2}. \qquad (1)$$

Queremos un n que cumpla la ecuación (1). Así que $n = 30$ es el único que la satisface.

Solución Problema 9. Son 144 números. Por el criterio de divisibilidad de 25, las últimas dos cifras tienen que formar un múltiplo de 25. Pueden ser 00, 25, 50 o 75. Si son 00 ya no sería un número con todas sus cifras distintas. Para los otros casos:

1. Acaba en 25: Y es de la forma $\overline{AB25}$. Así A puede ser cualquier dígito entre 0 y 9 excepto 0,2 o 5. Y B puede ser cualquier dígito entre 0 y 9 excepto A, 2 o 5. Cada uno tiene siete opciones por lo que este caso nos arroja 49 soluciones.

2. Acaba en 50: Y es la forma $\overline{AB50}$. Así A puede ser cualquier de los diez dígitos excepto 0 o 5. Y B puede ser cualquiera de los diez dígitos excepto 0, 5 o A. Este caso nos arroja $8 \times 7 = 56$ soluciones.

3. Acaba en 75: Es análogo al caso 1 y nos arroja 49 soluciones.

Se concluye que hay $49 + 49 + 56$ números que cumplen lo pedido.

Solución Problema 10. Sean h la altura de la mesa, M la altura de Montse y L la altura de Luis. Modelamos como sigue

$$h + M = L + 80 \Longrightarrow (M - L) + h = 80 \qquad (1)$$

Además

$$h + L = M + 100 \Longrightarrow (M - L) + h = 100 \Longrightarrow (M - L) - h = -100 \qquad (2)$$

Sumando (1) y (2) llegamos a $2(M - L) = -20$ i.e la diferencia entre las alturas es 10 centímetros.

Solución Problema 11. Ver solución de Koala, problema 15.

Solución Problema 12. Sea $\angle A_2QA_1 = \alpha$ y $\angle QA_1A_2 = \angle QA_2A_1 = \angle A_3A_2B = A_2A_3B = \beta$. Sabemos que $60 + \alpha = 108°$ y $2\alpha + \beta = 180°$. Como $\angle A_3A_2A_1 + 2\beta + 60 = 360°$ entonces $\angle A_3A_2A_1 = 2\alpha + 72$. El valor de α es 48. Por lo que $\angle A_3A_2A_1$ es 168. El polígono de n lados regular tiene medida de ángulos interiores $180(\frac{n-2}{n})$ y queremos que esto sea igual a 168. Así $n = 15$.

Solución Problema 13. Ver solución de Walabi, problema 13.

Solución Problema 14. Como tiene tres pares distintos los números que aparecen en las cartas son algo así 1,1,2,2,5,5 o algo así 3,2,6,6,3,2. Recordemos que el orden no importa. Hay $\binom{6}{3} = 20$ maneras de escoger los tres números que aparecerán en las cartas. Luego debemos colocar los colores en las cartas. Por ejemplo si los números que aparecen en las cartas son 3,2,6,6,3,2 podemos colocar azul y rojo en las cartas para el número dos. En general si a, b, c son los tres números que aparecen en las cartas; El a puede escoger sus colores de $\binom{6}{2} = 15$ maneras. El b puede tomar dos de los cuatro colores restantes, i.e de $\binom{4}{2} = 10$. Para c quedan determinados. En conclusión hay $20 \times 15 \times 10 = 3000$ manos que tienes tres pares distintos.

Solución Problema 15. Como $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ y $\overline{cba} = 100c + 10b + a$ entonces $\overline{abc} - \overline{cba} = 100a - 100c + c - a = 99(a - c) \quad (1)$. Y por hipótesis la resta en (1) es 495 así que $a - c = 5$. De aquí que los números puedan ser $5b0, 6b1, 7b2, 8b3, 9b4$. Para cualquier valor de b. En conclusión hay 50 números.

Uombat

Solución Problema 1. Hay 5600 números. Sea $a = \overline{wxyz}$, un número de cuatros dígitos. Observemos que si en la suma $a + 2020$ no hay acarreo, (en el algoritmo usual para sumar) entonces $a + 2020 = \overline{(w+2)x(y+2)z}$ y la suma de los dígitos de $a + 2020$ es cuatro unidades mayor a la suma de los dígitos de a. Eso sucede si $1 \leq a \leq 7$ y $0 \leq c \leq 7$, y para cualesquiera dígitos b y c. Por otro lado, veamos que si $c = 8, 9$, la suma $a + 2020$ produce acarreo en la cifra de las centenas, y $a + 2020 = \overline{(w+2)(x+1)0z}$ o $a + 2020 = \overline{(w+2)(x+1)1z}$. En ambos caso la suma de los dígitos de a es mayor a la de $a + 2020$, ya que se ha cambiado un dígito 8 o 9, por un 0 o 1, respectivamente, disminuyendo la cifra de las decenas en 8, mientras que las centenas solo han aumentado en 1. Análogamente, si $a = 8$ o 9, se produce acarreo en la posición de unidades de millar, y nuevamente la suma de los dígitos de $a + 2020$ es menor que la de a. Por tanto, solo cumplen los números a que no producen acarreo y son: $7 \times 10 \times 8 \times 10 = 56000$ números.

Solución Problema 2. El segmento CD mide 18 unidades. Prolongamos los segmentos FE y GE hasta que corten a los lados AB y BC en los puntos H e I, respectivamente. Como E es un punto sobre la diagonal AC del rectángulo, sabemos que $EFDG$ y $HEIB$ son rectángulos de misma área. Como conoces las medidas de $EFDG$, estas áreas son de $3 \times 12 = 36$ u^2. Además, el segmento BE es diagonal y bisectriz de $HBIE$, por lo que éste es un cuadrado de lado $\sqrt{36} = 6$ unidades. Luego la medida del lado $DC = 12 + 6 = 18$.

Solución Problema 3. Hay 83 números bacanes entre 1 y 1000. Todos los números dejan resto 0 cuando se dividen entre 1, por lo que un número bacán no puede dejar el mismo residuo cuando se divide entre 2, y en cambio, debe dejar residuo 1. Luego, al dividir un número entre 3, solo pueden quedar los residuos 0, 1, 2, y residuos 0,1,2,3 al dividirse entre 4. Como un número bacán ya deja residuo 0 al dividirse entre 1, y residuo 1 al dividirse entre 2, no queda más opción más que éste deje residuo 2 al dividirse entre 3 y 3 al dividirse entre 4. De modo que un número

Solución Problema 4. Como máximo hay 13 pelotas en la caja. Veamos que si hay 5 pelota rojas, 4 verdes y 4 azules, al sacar 10 pelotas siempre tendremos pelotas de los 3 colores. Supongamos que tomando tomamos solo pelotas de 2 colores, entonces tomares a lo más 8 pelotas si se escogen los colores verdes y azul, o a lo más 9 pelotas si se escogen las rojas y la de otro color. En cualquier caso, las siguientes pelotas que saquemos hasta tener 10, tendrán que ser del tercer color. Ahora veamos que si agregamos una pelota más a la caja, ya no se cumpliría esto. Si la pelota a agregar fuera roja, entonces tendríamos 6 rojas y 4 verdes, en total suman 10, por lo que si se sacan todas estas de la caja, no se habría tomado ninguna de color azul. Si en su lugar, agregamos una pelota verde, tendríamos 5 rojas, 5 verdes y 4 azules, y de nuevo podríamos tomar sacar todas las pelotas rojas y verdes, que en total suman 10 y no tienen ninguna azul. De la misma forma, si la pelota que se agrega es de color azul, las 10 pelotas que se saquen no tendrán siempre de los tres colores. Si no se puede agregar ninguna pelota más, el número establecido al inicio es el máximo.

Solución Problema 5. Ver solución de Canguro, problema 15.

Solución Problema 6. Solo hay un valor posible. Sean p y q, las raíces de la ecuación, de modo que $x^2 - 31x + k = (x - p)(x - q) = 0$. Desarrollando el producto de binomios, tenemos que:

$$x^2 - 31k + k = x^2 - (p + q)x + pq.$$

Igualando términos correspondientes, vemos que $p + q = 31$ y $pq = k$. Si p y q son números primos, entonces son enteros positivos y uno de ellos debe ser par y otro impar, para sumar 31. Luego, el único primo par es el número 2, por lo que alguno de ellos vale 2 y el otro 29. De modo que $pq = 2 \times 29 = 58$ el el único valor posible para k.

Solución Problema 7. Ver solución de Canguro, problema 10.

Solución Problema 8. Ver solución de Canguro, problema 7.

Solución Problema 9. Sean R el punto medio de AC y G el gravicentro de $\triangle ABC$, que es la intersección de las medianas AM y BR. Dado que P satisface la relación $CP = \frac{1}{2}PA$, y G satisface la relación $MG = \frac{1}{2}AN$, se sigue que $PG \parallel BC$ por el converso del teorema de Thales. Es decir, PG es justamente l y $G = N$.

Como AM es mediana y N el gravicentro, notemos que en el triángulo $\triangle ABM$, $3 : 2 = AM : AN = BM : BQ$, por el teorema de Thales. Así

$$BQ = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}BC = \frac{1}{3}BC.$$

De modo similar, dado que BR es una mediana y N es el gravicentro, tenemos que

$$\frac{RP}{RC} = \frac{RB}{RN} = \frac{3}{1}.$$

Por lo tanto, $BQ : BC = RP : RC$. Así que PQ es paralela a BR y por la semejanza $\triangle PCQ \sim \triangle RCB$, sabemos que $PQ = \frac{2}{3}BR$.

Por otro lado, sabemos que $PNBQ$ es un paralelogramo y con ello $NP = QB$, y de la razón encontrada anteriormente, en el triángulo $\triangle ABM$, sabemos que $MQ : QB = 1 : 2$. Por lo que

$$a = \frac{NP}{QM} = \frac{QB}{QM} = 2.$$

Para terminar, consideremos $AM = 6x$ y $BR = 9x$, para algún x positivo. Claramente se satisfacen las razones de las medianas dadas en el enunciado. Por lo anterior, sabemos que

$$PQ = \frac{2}{3}BR = \frac{2}{3}9x = 6x.$$

Mientras que $MN = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3}6x = 2x$. Así que

$$b = \frac{PQ}{MN} = \frac{6x}{2x} = 3.$$

Por lo tanto

$$\boxed{a + b = 5}.$$

Solución Problema 10. El mayor número que puede obtener es 111. Observemos que las sumas de las caras opuestas son $3 + 5 = 8, 2 + 4 = 6, 1 + 6 = 7$, que no son iguales. Para maximizar la suma, nos interesaría que la mayor suma aparezca la mayor cantidad de veces. Además, como hay una cantidad impar de dados pegados, las dos caras visibles en cada fila, columna son caras opuestas.
Vamos a acomodar los dados de manera que la cara superior e inferior (oculta) sumen 8; llevamos $9 \times 8 = 72$. Podemos hacer que las tres sumas de un lado sean 7 y las tres del otro lado sean 6, por lo que tenemos $3 \times (7 + 6) = 39$.
Luego, el mayor número que puede obtener es $72 + 39 = 111$.

Solución Problema 11. Hay 18000 manos con dos tercias distintas. Primero, vamos a elegir de qué es cada tercia, para lo que necesitamos elegir 2 de los 10 números. Podemos hacer esto de $\binom{10}{2} = 45$. Ahora, para la primera de las dos tercias (no están ordenadas, podemos suponer que es la de número menor) tenemos que elegir 3 colores de los 6 disponibles. Podemos hacer esto de $\binom{6}{3} = 20$ maneras distintas; tenemos las mismas 20 maneras para elegir los colores de la otra tercia. En total, son $45 \times 20 \times 20 = 18000$ manos con dos tercias distintas.

Solución Problema 12. La respuesta es 15. Como n es par, cada uno de los factores es un número impar. Si analizamos los términos módulo 3, podemos ver que tenemos $n+1, n, n+2, n+1, n$, por lo que necesariamente hay al menos un múltiplo de 3 entre los factores. Si ahora analizamos los términos módulo 5, podemos ver que tenemos $n+1, n+3, n, n+2, n+4$, por lo que necesariamente hay un múltiplo de 5 entre los factores. Para cualquier otro primo impar, si n deja residuo 1, entonces no es posible que alguno de los factores sea 0 módulo dicho factor. Por lo tanto, el máximo común divisor de todos los números de esta forma es 15.

Solución Problema 13. Ver solución de Canguro 3.

Solución Problema 14. La respuesta es 14. Sabemos que $|x + 27|$ es no negativo. Además, para que el problema tenga respuesta única, es necesario considerar únicamente la raíz cuadrada positiva. Luego, $\sqrt{y - 13}$ es también no negativo. Si la suma de estos dos términos es igual a 0, esto solo es posible si cada uno es individualmente igual a 0. A partir de $x + 27 = 0$ tenemos $x = -27$ y de $y - 13 = 0$ tenemos $y = 13$. Luego $|-27 + 13| = |-14| = 14$.

Solución Problema 15. La respuesta es 44. Tenemos en total $\frac{62(63)}{2} = 1953$ números. El número que está en posición 977 tiene 966 números a su derecha y 966 números a su izquierda. Buscamos el menor n tal que $1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \geq 966$. Veamos que para $n = 44$ la suma es 990, así que alguno de los cuarenta y cuatro $44s$ está en posición 977.

El Centro de Alto Rendimiento en Matemáticas fue fundado en 2011 en San Luis Potosí, México. Desde entonces, nos hemos dedicado a la preparación de estudiantes, profesores y familias para distintos concursos de matemáticas, principalmente aquellos que caen bajo el paragüas de Olimpiada de Matemáticas. Hemos tenido la oportunidad de trabajar con cientos de estudiantes muy talentosos, dentro y fuera de la Olimpiada, en todo México y partes de América Latina.

En CARMA estamos comprometidos con la educación matemática, con proporcionar un espacio accesible y seguro donde todos, todas y todes puedan continuar su preparación olímpica permanente, dar sus primeros y segundos pasos en concursos, o acercarse a las matemáticas desde una perspectiva lúdica y un aprendizaje basado en problemas.

Para más información sobre CARMA: Centro de Alto Rendimiento en Matemáticas, te presentamos los siguientes enlaces:

- Cursos en https://cursos.carmaenlinea.com/
- Concursos en https://concursos.carmaenlinea.com/.
  Anualmente organizamos Olimpiada Femenil (febrero-marzo), Olimpiada Virtual de Matemáticas (agosto) y Olimpiada de Otoño (septiembre-octubre).
- Nuestra página de Facebook en http://fb.com/carmatematicas
- Nuestro canal de YouTube en https://youtube.com/carma2011
- El canal de YouTube de ugesaurio en https://www.youtube.com/ugesaurio

CENTRO DE ALTO RENDIMIENTO EN MATEMATICAS

CARMA

·2011·

CENTRO DE ALTO RENDIMIENTO EN MATEMATICAS

CARMA

·2011·