



## **Centro de Alto Rendimiento en Matemáticas**

# **XI Olimpiada de Otoño: 2023**

Problemas y soluciones



# XIII Olimpiada de Otoño 2023

Equipo CARMA

2 de enero de 2024

Noviembre 2023

Los problemas originales de este material son autoría del Equipo CARMA, a saber: Armando Moreno, Luis Islas, José Luis Carballo, Jonathan Pérez, Yareli Navarro y Danielle Flores. Este material puede ser distribuido de manera libre porque nuestro compromiso es con la creación y divulgación de material para Olimpiada de Matemáticas; **por favor considera hacer un donativo, porque todxs tenemos que comer y pagar renta.** Por el amor de Euler, no subas este material a Scribd ni cobres por compartirlo.

Para cualquier corrección, por favor comunícate con nosotros vía Facebook o a nuestro correo electrónico en [matematicascarma@gmail.com](mailto:matematicascarma@gmail.com).

La persona a cargo del material es Danielle Flores.

Primera edición: Marzo 2022



Editorial Dinosaurio  
San Luis Potosí, México  
`carmatematicas (at) gmail (dot) com`



Si este material te ha sido útil, por favor considera apoyar nuestro proyecto editorial.  
Puedes hacerlo en Patreon, comprometiendo un donativo mensual.



<https://www.patreon.com/ugesaurio>

También puedes hacer una donación ocasional vía PayPal.



<https://www.paypal.com/paypalme/ugesaurio>

O bien, mediante depósito o transferencia, a nombre de Eugenio Daniel Flores Alatorre en BBVA Bancomer, a través de su aplicación bancaria, depósito en practicaaja o en cualquier Oxxo del país:

CLABE: 012700004649844474 número de tarjeta: 4152 3133 9055 2979



# Introducción

La XIII Olimpiada de Otoño se celebró en septiembre y octubre del 2023. Participaron 1,057 estudiantes desde tercero de primaria hasta último año de preparatoria de México, Perú, Bolivia y Guatemala.



# Capítulo 1

## Ganadores

La Olimpiada de Otoño tiene dos etapas: Primera y Final. Si bien solo un porcentaje del total de participantes clasifica a la Etapa Final, los porcentajes de premiación se consideran según la participación total en la Primera Etapa. Los reconocimientos de Primer Lugar, Segundo Lugar, Tercer Lugar, Mención Honorífica, Participación se consideran en proporción 1 : 2 : 3 : 4 : 50.

### Categoría Cuyo

#### Primer Lugar

Sofia Kayleena Patton Cabrera

Colegio Santa Teresa, Bolivia

#### Segundo Lugar

Sebastian Khalil Patton Cabrera

Colegio Santa Teresa, Bolivia

Dana Sibaja

Saint Augustine School, México

Miranda Cigala Ensaldo

Saint Augustine School, México

Afif Malacón Guzmán

CEDI, México

#### Tercer Lugar

Natalia Becerra Herrera

Saint Augustine School, México

Patricio Barba Humara

Apostolica, México

Diego Mateo Correa Arriaga

CERMAT, México

Zara Alejandra Cárdenas Hernández

Primaria Winston Churchill, México

MATHÉO BELTRÁN DE LA ROSA

Instituto Cervantes Apostólica, México

Luciano Asturizaga Torrez

Saint Andrew's School, Bolivia

SARDON COAQUIRA Kamila Brenda

I.E.P. CRAMER, Perú

Carlos Mariano Calderón Hernández

, México

Braulio Andrés Valdez González

Instituto Cervantes Apostólica, México

Ana Sofia Villegas Asturizaga

Saint Andrew's School, Bolivia

## Mención Honorífica

Mariana Contreras De León  
Keyla Aracely Floriuk Pineda  
Henry Sebastián Moreno Rodríguez  
Frida Sofía Roque Almanza  
Ximena Sofía Pedraza Alonso  
BERRIO NUÑEZ Illary Cielo  
Damián Briones Díaz  
LUIS RODRIGO ESPINOSA ALVAREZ  
Oscar González Orrantia

Instituto Cervantes Apostolica, México  
Colegio Cervantes de Torreón Campus Bosque, México  
Instituto Cervantes Apostólica, México  
Instituto Panamericano de Tampico, México  
Instituto Cervantes Apostólica, México  
I.E.P. CRAMER, Perú  
Colegio Cervantes de Torreón, México  
Instituto Panamericano de Tampico, México  
Saint Augustine School, México

## Categoría Koala

### Primer Lugar

Samantha Gonzales Tapia  
Carlos Santiago López Figueroa  
Alejandro Malacón Guzmán

Edmundo Bojanowski A, Bolivia  
Fray Matias de Cordova, México  
CEDI, México

### Segundo Lugar

FATIMA PAOLA MORENO CABRERA  
ZAMBRANO CACERES CAMILA VALENTINA  
Israel de la Cruz M.  
David Reyes de la Rosa

Escuela Miguel Hidalgo y Costilla Federal, México  
I.E.P. CRAMER, Perú  
Nuevo Continente Celaya, México  
Colegio Alianza, México

### Tercer Lugar

Valentina Alejandra Kosovic Velásquez  
Carlo Alessandro Cuevas García  
Luis Fabián Batres Burciaga  
Rebeca González Becerra  
DANIELA ORDÓÑEZ ALARCÓN  
Ander Alonso Albores Ramírez  
Jason Aram Ramírez Martínez  
Valentina Esmeralda Zúñiga Lara

San Ignacio La Paz, Bolivia  
Centro Matemático Campeche Escuela Primaria Mateo Reyes, México  
Colegio Cervantes de Torreón Campus Bosque, México  
Instituto Cervantes Apostólica, México  
Instituto Winston Churchill, México  
Nuevo Continente Celaya, México  
Instituto Mariano Arista, México  
Urbana 43. Lic. Ignacio García Téllez, México

## Mención Honorífica

Ivonne Shantal Sivautt Velasco  
ARIZAPANA CARIAPAZA Franco Alexei  
ISABELLA LILIAN LOPEZ CRUZ

Saint Andrew's School, Bolivia  
I.E.P. CRAMER, Perú  
Escuela de la Cuidad de Aguascalientes, México

Luis Fernando Ibarra Durán  
DANIELA QUEZADA SIGALA  
ISÚA BIGVAÍ OTERO VELAZQUEZ  
Josè Manuel Carreòn Jurado  
JONATHAN URIEL HERRERA ARCADIO  
Mateo Ochoa Jáuregui  
KENYA ALEXANDRA PÉREZ ACEVES  
Julián Rojo Flores

Gerania Tovar Fajardo, México  
Escuela de la Ciudad de Aguascalientes, México  
INSTITUTO ARNAIZ, México  
, México  
INSTITUTO SANFORD, México  
CEDI, México  
INSTITUTO SANFORD, México  
Instituto Cervantes Apostolica, México

## Categoría Walabi

### Primer Lugar

Elena Elizabeth Ramos Hernández  
Gerardo Sánchez Jiménez  
Valentín Emmanuel Reyes Alvarez  
SALCEDO PAQUITA GUSTAVO SEBASTIAN  
ISAAC AZAEL JUÁREZ MARTÍNEZ  
Ethan Estefano Yucra Valero  
Jesús Luis Orozco Martínez

Escuela Secundaria Técnica 170, México  
Escuela Secundaria Oficial Ing. Camilo Arriaga, México  
ESTI 8, México  
I.E.P. CRAMER, Perú  
Secundaria Técnica 5, México  
Yachay School, Perú  
Instituto Philedelphia, México

### Segundo Lugar

Alan Gabriel Audivert Serrudo  
Carlos Daniel Maya Rojas  
David Sebastian Ramirez Martinez  
María Jaqueline Perez Lara  
Sebastián Preciado Molina  
Luis Francisco Sánchez Quezada  
Dhayana Poma  
Miguel Antonio Collado Chambi  
Miguel Covarrubias González  
Ytzel Zamira Estofanero Gamarra  
CCARI VALERIANO Sami Berenice  
Emilia Cassab Vlahovic  
Cristopher Neymar Alipio Miranda  
Nicolás Bertolini Luna

Centro de los Sueños, Bolivia  
Instituto Cedrus, México  
Secundaria 33 Centro de Alto Rendimiento Academico, México  
Colegio Alejandro Magno, México  
Instituto Sonora, México  
, México  
CRAMER, Perú  
Aniceto Arce, Bolivia  
Secundaria Técnica 44, México  
Cramer, Perú  
I.E.P. CRAMER, Perú  
Colegio Aleman Federico Froebel, Bolivia  
Pedro Mercedes Ureña, Perú  
Colegio EURO Texcoco, México

### Tercer Lugar

Paulo Iquiapaza Rojas  
Ana Isabel Buenrostro Briseño  
Sofia Martínez Sánchez  
Olivia Michelle Martínez Villalovos

Yachay School, Perú  
Cepac Jalisco, México  
Juan Pablo II Albeggare, México  
CIMA IAES, México



MEREDITH XIARA LEMUS BARRIENTOS  
 Julián Emilio Martínez Villegas  
 Rebecca Torres  
 Julio Cesar Collado Chambi  
 Omar Alejandro Rodríguez Ramos  
 MARIA FERNANDA DE LA TORRE LÓ-  
 PEZ  
 Valeria Maria Miranda Muñoz  
 Sarah Cano Reyes  
 Angel Andre Calle Copa  
 Héctor Sebastián Reyes del Toro  
 Lucy Flores Chapa  
 Rebeca Candelas Centeno  
 Maria Luisa Castillo Hernández  
 Romina Yasmin Ramirez Carrillo

Escuela de la Ciudad de Aguascalientes  
 (ECA), México  
 Secundaria técnica No26, México  
 CIMA IAES, México  
 Aniceto Arce, Bolivia  
 CIMA IAES, México  
 Instituto Sanford, México  
 Colegio Capouilliez, Guatemala  
 Instituto America de Estudios Superiores, Mé-  
 xico  
 Reekie, Bolivia  
 Instituto Winston Churchill, México  
 Colegio Mexicano AC, México  
 Colegio México Americano, México  
 CIMA IAES, México  
 INSTITUTO BRITÁNICO DE TORREÓN,  
 México

## Mención Honorífica

Juan Enrique Canchola Moreno  
 Victor Emiliano García Ruiz  
 MONTSERRAT SALAS RAMOS  
 Heydi Anyeli Ruelas Quispe  
 Sofia Marquez  
 Juan Daniel  
 Karina Leticia Campos Rodriguez  
 Paola Arleth Chairez Chavarria  
 Pablo Antonio Osuna Jasso  
 Katherine Gisele Velasco Garcia  
 NAOMY ANAYA CARRASCO  
 Santiago José Vázquez Silva  
 Camila Gisel Martínez Segovia  
 lugotorresjosuemateo  
 Ayna Violeta Segura Chavez  
 Esmeralda Parra Gómez  
 Evolet Rodríguez Gutiérrez  
 Fernando Said Peralta Cortés  
 Abi Becerril  
 RICARDO ALMONTE AGUILAR  
 Rodrigo Tadeo Sánchez Castillo  
 Jehfcet Espinosa Vazquez  
 Arturo Leonardo Balderrama Ramirez  
 Ivanna Yaretzi Rojas Cervantes  
 Andy Geronimo

Escuela de Educación Secundaria, México  
 Emilio Rodríguez Cortes, México  
 Escuela de la Ciudad de Aguascalientes, Mé-  
 xico  
 Yachay School, Perú  
 Colegio Alejandro Magno, México  
 Colegio México Americano, México  
 Centro Educativo Para Altas Capacidades  
 CEPAC Jalisco, México  
 INSTITUTO BRITÁNICO DE TORREÓN,  
 México  
 Colegio Cidea, México  
 Saint Andrew's School, Bolivia  
 ESCUELA SECUNDARIA GENERAL No.3  
 CONGRESO DE ANAHUAC, México  
 Colegio Marcelina, México  
 IAES, México  
 Horacio Man, México  
 reekie, Bolivia  
 Escuela de la Ciudad de Aguascalientes, Mé-  
 xico  
 IAES, México  
 Colegio Alejandro Magno, México  
 Colegio Mexico Americano, México  
 INSTITUTO SANFORD, México  
 José Ciriaco Cruz, México  
 Colegio Cervantes de Torreón Campus Bos-  
 que, México  
 Escuela de la Ciudad de Aguascalientes, Mé-  
 xico  
 SECUNDARIA DEL VALLE BAHIA DE  
 BANDERAS, México  
 Colegio Mexico Americano, México

# Categoría Canguro

## Primer Lugar

Sofía Constanza Santisteban Dávila

Olaf Daniel Magos Hernández

Ángel de la Cruz Martínez Almeida

Dana Karen Medina González

VILCANQUI APAZA JHOJHAN KAROL

Rafael Argumedo Solís

ConcientizArte Secundaria, México

Secundaria 33 Centro de alto rendimiento académico (CARA), México

J. Jesús Larios Guzman, México

Colegio Libanés Peninsular, México

I.E.P. CRAMER, Perú

CECyT18 Zacatecas IPN, México

## Segundo Lugar

CONDORI CATACTORA ANNEL DE LA CRUZ

Antonio Gutiérrez Meléndez

CALSIN CHURA FERNANDO RODRIGO

MONROY MONTES ANIA MARITA

POMA PARI ASTRID ALEXANDRA

Sayuri Colmenares Becerra

Charly Giovany Vidal Rosaldo

Rodrigo Alejandro Tito Paredes

johan josep gutierrez quispe

JUAN EDUARDO CASTRO AGUIRRES

Daniel Alonso Marquez Corona

Abner Paolo Huisa Pineda

I.E.P. CRAMER, Perú

Colegio Cervantes Campus Vigatá, México

I.E.P. CRAMER, Perú

I.E.P. CRAMER, Perú

I.E.P. CRAMER, Perú

Preparatoria Emiliano Zapata, México

CBTIS 32, México

Yachay School, Perú

Yachay school, Perú

INSTITUTO WINSTON CHURCHILL, México

UNDL, México

Yachay School, Perú

## Tercer Lugar

Gustavo Santiago Torrico López

Luis Israel Pool Cupul

David Llanas Rodríguez

Julio César Renovato Rios

Diego Francisco Martín Zárate

Angélica Yazmín Carrillo Casanova

Braulio Padilla Rangel

Stephanie Antonella Duran Quenta

Ariana Fernanda Gomez Roque

Johan Raul Pino Soto

María Guadalupe Ramirez Lugo

Teotl Leonardo Aguilar Gonzalez

Fernando Andres Mamani Copari

Christopher Emiliano Martínez Díaz

Javier Jamil Canul Arvez

Francisco Elías Osuna Jasso

Alemán, Bolivia

Secundaria SIGLO XXI Valladolid, México

CERMAT, México

INSTITUTO AMERICA DE ESTUDIOS SUPERIORES, México

Instituto Salesiano Carlos Gómez, México

CERMAT, México

Instituto Salamanca, México

Yachay School, Perú

YACHAY SCHOOL, Perú

Yachay School, Perú

Instituto Lomas del Real, México

Esc. Sec. No 7 Margarita Maza de Juárez, México

Yachay School, Perú

Escuela secundaria general Coronel Felipe Santiago xicohtencatl, México

Escuela Secundaria Técnica no 3, México

Cetys Universidad, México

## Mención Honorífica

Claudia Palomino	CRAMER, Perú
Martin Guadalupe Valenzuela Paredes	Instituto Latinoamericano, México
CARDENAS CHOQUE Marcelo Antonio	I.E.P. CRAMER, Perú
Elisa Nohemi Carrillo Cruz	Colegio Cervantes Vigata, México
Mildred Ximena Lemus Barrientos	Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey PrepaTec Aguascalientes, México
Yessy Sophia Vidal Rosaldo	CBTIS 32, México
Alejandra Mireles Barron	Colegio Cervantes de Torreón, México
Lilia Sofia Carbajal Soto	Cima IAES, México
ESCOBAR CONDORI Jaime Antonio	I.E.P. CRAMER, Perú
Luz Angélica Sánchez Morales	Colegio Juventino Rosas Nueva Generación, México
Oscar Sebastian Azurduy Fuertes	Franciscano, Bolivia
Santiago Salazar Lozada	Secundaria Horacio Mann, México
Jorge David Alfaro Alvarado	Horacio Mann, México
GUSTAVO ANTONIO JIMÉNEZ SÁNCHEZ	Horacio Mann, México
Lizeth García Ponce	Horacio Mann, México
Víctor Alejandro López Cerda	Centro de Alto Rendimiento Académico Secundaria 33, México
Donovan Emmanuel Ferrusca Ortíz	Saint Augustine School, México
CARLOS ALEXIS SANCHEZ MUÑOZ	Escuela de la ciudad de Aguascalientes, México
Ivon Gimena Copa Ramos	Yachay School, Perú
Celeste Margarita Cazarin Ortiz	CENTRO EXTRA ACADEMICO ALFA, México
AGUILAR ACERO GRISEL FERNANDA	I.E.P. CRAMER, Perú

## Categoría Uombat

### Primer Lugar

Gabriel Marcelo Mendoza Palacios	CRAMER-PUNO, Perú
Perla Vivian Cabrera Contreras	Colegio de bachilleres plantel 06, México
Abraham Gonzalo Fajardo Incio	Saco Oliveros, Perú
Brittany Celeste Gonzales Tapia	San Agustín, Bolivia
José Ángel Reynaga Álvarez	Preparatoria Centro de Desarrollo Integral Arboledas (CEDI), México
Juan Pablo De Lira Medina	Centro de educación media de la UAA, México

### Segundo Lugar

Syrel De la Cruz Rentería	Colegio Cervantes de Torreón Campus Bosque, México
Omar Manzano Medina	Preparatoria México, México
Logan Guerrero Díaz	CBTis 168, México
Sofia Velázquez Velázquez	Prepa Tec, México
Itzel Cano Rivas	Escuela de Nivel Medio Superior de Pénjamo, México

## Tercer Lugar

Oswaldo Torres

Jossué Cáceres

Samuel Eduardo Bustamante Parada

PINEDA MIRANDA ALEJANDRO DAVID

Emilio Estrada Pérez

Carlos Alfredo Nava Montoya

Mariana Cabrera Ortiz

Preparatoria Alfa Fundación, México

CRAMER, Perú

INSTITUTO BRITÁNICO DE TORREÓN,  
México

I.E.P. CRAMER, Perú

Prepa Tec Metepec, México

Prepa Anáhuac Mérida, México

Centro de Desarrollo Integral, México

## Mención Honorífica

Sayuri Ximena Rivera Araujo

Belinda Katherin Cusi Apaza

Erland Abdiel Ordóñez Carmona

Jorge Luis Camacho Manay

Julian Benjamin Colque Romero

ESCOBAR CONDORI Jose Antonio

Nestor Gabriel Suca Huarachi

Leonardo Isaac Santisteban Dávila

Natalia Velázquez Velázquez

Juan Pablo Trejo Rendón

Jade Kadija Villavicencio Soto

Daniel Sanchez Ribota

Frank Mamani

Alfonso Ramírez Vicencio

Saúl Nájera Àvila

Angel Salvador González Briones

Greta Nicole Peralta Escareño

José Angel de la Rosa González

Centro de Desarrollo Integral Arboledas A. C.  
(CEDI), México

Yachay School, Perú

Colegio Católico Particular Franciscano, Boli-  
via

Jorge Basadre de Chiclayo, Perú

Yachay School, Perú

I.E.P. CRAMER, Perú

Cramer, Perú

ConcientizArte, México

PrepaTec Metepec, México

CETIS 115, México

Yachay School, Perú

Instituto America de Estudios Superiores, Mé-  
xico

Colegio Cramer, Perú

Escuela Preparatoria No. 15, México

, México

IAES, México

IAES, México

Instituto América de Estudios Superiores, Mé-  
xico



# Capítulo 2

## Enunciados de los Problemas

### Cuyo 1

**Problema 1.** Un pequeño cuyo puede comer  $30g$  de fruta todos los días. Lulú tiene 5 cuyos. ¿Cuántos gramos de fruta necesita para alimentarlos durante una semana?

**Problema 2.** Annie James tiene  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$  dólares que ganó jugando póker. Hallie Parker tiene  $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18$  dólares que ganó jugando póker. ¿Quién de las dos ganó más dinero?

**Problema 3.** Cada día en el planeta Cachorro dura 8 horas. Cuando pasa una semana en la Tierra, ¿cuántos días pasan en el planeta Cachorro?

**Problema 4.** ¿Cuántos números de dos dígitos cumplen que la suma de sus dígitos es igual a 12?

**Problema 5.** Yareli escribe la palabra *CARMA* mil veces seguida, como así:

CARMACARMACARMACARMA...CARMA.

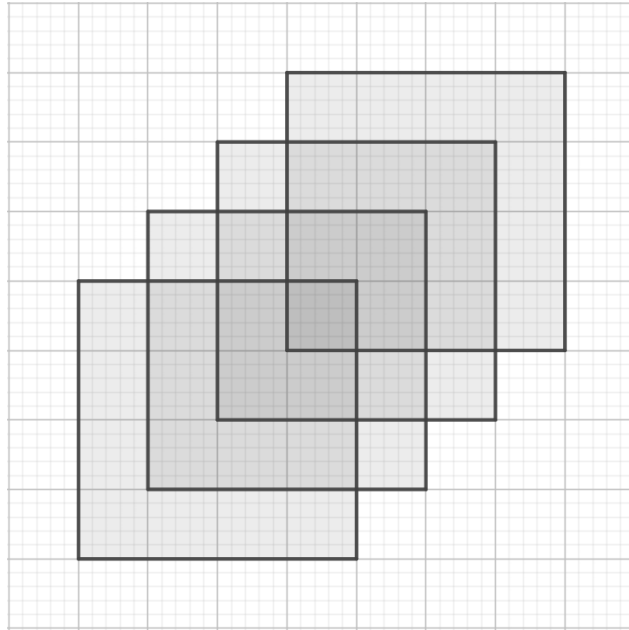
¿Cuál es la letra que ocupa la posición 2023 en la enorme palabra que escribió?

**Problema 6.** A Gati le encanta comer sardinas. Hoy se comió tres sardinas menos que el doble de lo que comió ayer. Si hoy se comió 9 sardinas, ¿cuántas sardinas se comió ayer?

**Problema 7.** El equipo de fútbol de CARMA, los Cuyos Matemáticos, han jugado 5 partidos en la temporada. Han anotado 5 goles y les han anotado 5 goles. ¿Cuál es la mayor cantidad de partidos que pudieron haber ganado?

**Problema 8.** Annie Parker y Hallie James están jugando a duplicar números. Primero, Annie dice el número 1. Luego, Hallie lo multiplica por 2 y dice el número 2. Luego, Annie lo vuelve a multiplicar por 2 y dice el número 4. Siguen por turnos diciendo el doble del número anterior. El juego termina cuando alguna de las dos dice un número más grande que 2023. ¿Cuál fue el último número que dijeron?

**Problema 9.** Yareli colocó 4 cuadrados iguales como se muestra en la figura. Cada cuadrado mide  $4cm$  de lado y cada cuadrado siguiente se colocó  $1cm$  arriba y  $1cm$  a la derecha del anterior. Calcula el área de la figura completa.



**Problema 10.** La casa de Yareli es la número 101 y es la cuarta casa en su calle. La casa de Daniela es la número 201 y es la novena casa en la misma calle. Los números de las casas siempre aumentan lo mismo entre una y otra. ¿Qué número tiene la primera casa en la calle?

**Problema 11.** Annie James corre en una pista que tiene forma de triángulo. Cada lado del triángulo mide 100 metros. Hallie Parker corre en una pista que tiene forma de cuadrado. Cada lado del cuadrado mide 100 metros. Sabemos que Hallie corrió 30 vueltas. ¿Cuántas vueltas tiene que correr Annie para correr la misma distancia que Hallie?

**Problema 12.** En la tienda de Mónica, las hamburguesas cuestan 20 pesos pero cada quinta hamburguesa cuesta solo 10 pesos. En la tienda de Montserrat, las hamburguesas cuestan 30 pesos, pero cada quinta hamburguesa es gratis. Las dos vendieron 1000 hamburguesas el fin de semana. Una de las dos ganó más dinero, ¿cuánto dinero más ganó?

**Problema 13.** Escribe un número entero del 1 al 100. Si ningún otro participante elige el mismo número, obtendrás el punto de esta pregunta. Si dos o más participantes escogen el mismo, ninguno recibe el punto.

## Koala 1

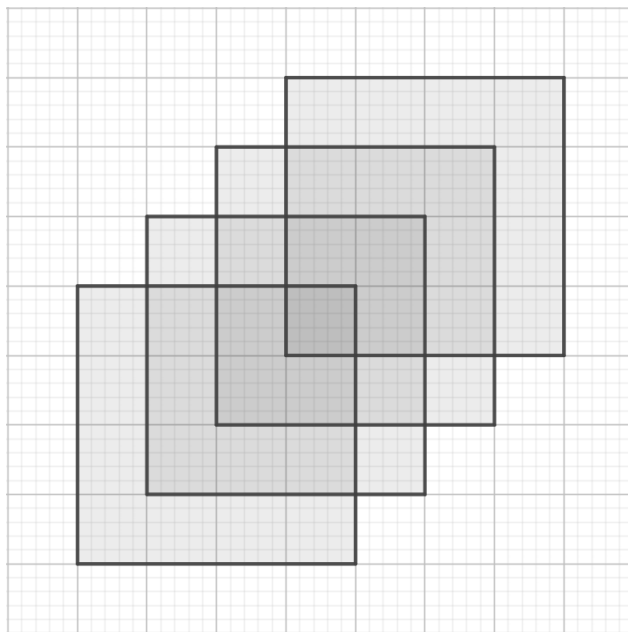
**Problema 1.** El equipo de fútbol de CARMA, los Cuyos Matemáticos, han jugado 5 partidos en la temporada. Han anotado 5 goles y les han anotado 5 goles. ¿Cuál es la mayor cantidad de partidos que pudieron haber ganado?

**Problema 2.** Annie Parker y Hallie James están jugando a duplicar números. Primero, Annie dice el número 1. Luego, Hallie lo multiplica por 2 y dice el número 2. Luego, Annie lo vuelve a multiplicar por 2 y dice el número 4. Siguen por turnos diciendo el



doble del número anterior. El juego termina cuando alguna de las dos dice un número más grande que 2023. ¿Cuál fue el último número que dijeron?

**Problema 3.** Yareli colocó 4 cuadrados iguales como se muestra en la figura. Cada cuadrado mide  $4\text{cm}$  de lado y cada cuadrado siguiente se colocó  $1\text{cm}$  arriba y  $1\text{cm}$  a la derecha del anterior. Calcula el área de la figura completa.



**Problema 4.** La casa de Yareli es la número 101 y es la cuarta casa en su calle. La casa de Daniela es la número 201 y es la novena casa en la misma calle. Los números de las casas siempre aumentan lo mismo entre una y otra. ¿Qué número tiene la primera casa en la calle?

**Problema 5.** Annie James corre en una pista que tiene forma de triángulo. Cada lado del triángulo mide 100 metros. Hallie Parker corre en una pista que tiene forma de cuadrado. Cada lado del cuadrado mide 100 metros. Sabemos que Hallie corrió 30 vueltas. ¿Cuántas vueltas tiene que correr Annie para correr la misma distancia que Hallie?

**Problema 6.** En la tienda de Mónica, las hamburguesas cuestan 20 pesos pero cada quinta hamburguesa cuesta solo 10 pesos. En la tienda de Montserrat, las hamburguesas cuestan 30 pesos, pero cada quinta hamburguesa es gratis. Las dos vendieron 1000 hamburguesas el fin de semana. Una de las dos ganó más dinero, ¿cuánto dinero más ganó?

**Problema 7.** Un elefante puede cargar 24 cajas de manzanas o 18 cajas de naranjas. Si el elefante ya está cargando 6 cajas de naranjas, ¿cuántas cajas de manzanas podría cargar?

**Problema 8.** Un número es capicúa si se lee igual al derecho y al revés como 2002 o 4444. ¿Cuántos números capicúas de 4 dígitos tienen al menos un dígito 5?

**Problema 9.** Daniela es 15 años más grande que Yareli, es decir, cuando Yareli tenía 0 años, Daniela tenía 15. ¿Cuántas veces en la vida de ambas se cumplirá que la edad de Daniela es un múltiplo de la edad de Yareli?

**Problema 10.** Dentro de 4 años, Montse tendrá el doble de edad que Moni. Hace tres años, Montse tenía el triple de edad que Moni. ¿Cuántos años tiene Montse?

**Problema 11.** ¿Cuántos enteros positivos de dos dígitos son pares y no usan los dígitos 0, 1, 2, 3 ni 4?

**Problema 12.** Yareli escribe el abecedario una y otra vez, repetidamente, como así:

*ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZABCDE...*

Se detiene después de escribir exactamente 2023 letras. ¿Cuál fue la última letra que escribió?

**Problema 13.** Escribe un número entero del 1 al 100. Si ningún otro participante elige el mismo número, obtendrás el punto de esta pregunta. Si dos o más participantes escogen el mismo, ninguno recibe el punto.

## Walabi 1

**Problema 1.** Un elefante puede cargar 24 cajas de manzanas o 18 cajas de naranjas. Si el elefante ya está cargando 6 cajas de naranjas, ¿cuántas cajas de manzanas podría cargar?

**Problema 2.** Un número es capicúa si se lee igual al derecho y al revés como 2002 o 4444. ¿Cuántos números capicúas de 4 dígitos tienen al menos un dígito 5?

**Problema 3.** Daniela es 15 años más grande que Yareli, es decir, cuando Yareli tenía 0 años, Daniela tenía 15. ¿Cuántas veces en la vida de ambas se cumplirá que la edad de Daniela es un múltiplo de la edad de Yareli?

**Problema 4.** Dentro de 4 años, Montse tendrá el doble de edad que Moni. Hace tres años, Montse tenía el triple de edad que Moni. ¿Cuántos años tiene Montse?

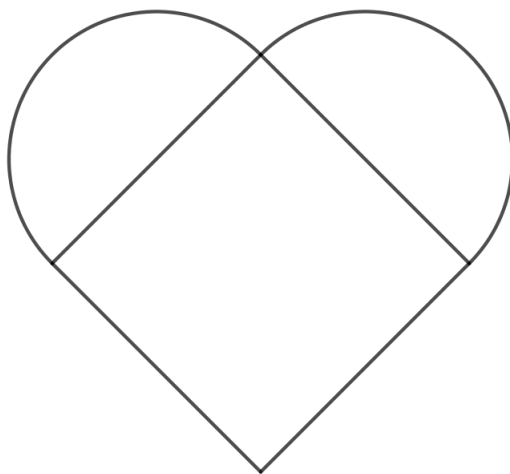
**Problema 5.** ¿Cuántos enteros positivos de dos dígitos son pares y no usan los dígitos 0, 1, 2, 3 ni 4?

**Problema 6.** Yareli escribe el abecedario una y otra vez, repetidamente, como así:

*ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZABCDE...*

Se detiene después de escribir exactamente 2023 letras. ¿Cuál fue la última letra que escribió?

**Problema 7.** Daniela le hizo una pizza con forma de corazón a Yareli para su cumpleaños. La hizo con un cuadrado de lado  $25\text{cm}$  y dos semi círculos de diámetro  $25\text{cm}$ , que colocó en dos lados consecutivos como muestra la figura. El área se puede expresar como  $x + y\pi$ , escribe el valor de  $a + b$ .



**Problema 8.** ¿Cuántas parejas de enteros positivos  $a \geq b$  cumplen que  $a^2 - b^2 = 2023$ ?

**Problema 9.** Las carmalibretas cuestan 11 carmadólares cada una y las carmaplayeras cuestan 17 carmadólares cada una. Mónica se gastó exactamente 227 carmadólares comprando carmalibretas y carmaplayeras. ¿Cuántas carmaplayeras y carmalibretas compró en total? Escribe la suma total de objetos que compró.

**Problema 10.** Yareli escribe tres números consecutivos en los vértices de un triángulo. En cada lado del triángulo, escribe la suma de los dos números en los vértices que lo definen. Finalmente, en el centro del triángulo escribe la suma de los números en los tres lados. Si el resultado es 120, ¿cuánto vale el menor de los números que escribió?

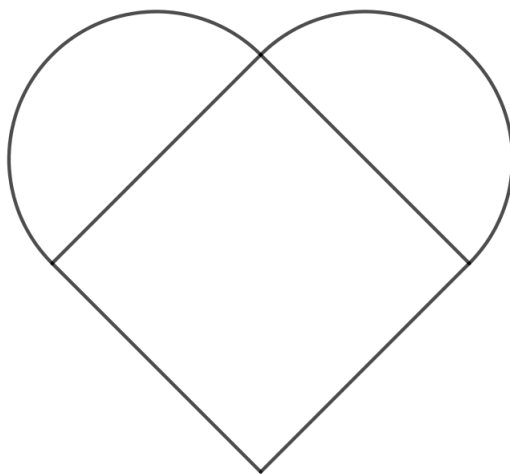
**Problema 11.** En su fiesta de cumpleaños, Julián tiene un pastel en forma de 2023-ágono regular. Para hacer una rebanada, debe iniciar un corte recto en alguno de los vértices del pastel y terminar en otro, de manera que todos los vértices de cada rebanada sean vértices del polígono original. ¿Cuál es la mayor cantidad de rebanadas que puede servir a sus invitados, sin importar si son diferentes en tamaño?

**Problema 12.** Decimos que un número de tres dígitos es pariente de otro número de tres dígitos si no son iguales, pero se escriben usando los mismos dígitos. Por ejemplo, 112 y 121 son parientes. ¿Cuál es la menor cantidad de parientes que puede tener un número cuya suma de dígitos es 10?

**Problema 13.** Escribe un número entero del 1 al 100. Si ningún otro participante elige el mismo número, obtendrás el punto de esta pregunta. Si dos o más participantes escogen el mismo, ninguno recibe el punto.

## Canguro 1

**Problema 1.** Daniela le hizo una pizza con forma de corazón a Yareli para su cumpleaños. La hizo con un cuadrado de lado  $25\text{cm}$  y dos semi círculos de diámetro  $25\text{cm}$ , que colocó en dos lados consecutivos como muestra la figura. El área se puede expresar como  $x + y\pi$ , escribe el valor de  $a + b$ .



**Problema 2.** ¿Cuántas parejas de enteros positivos  $a \geq b$  cumplen que  $a^2 - b^2 = 2023$ ?

**Problema 3.** Las carmalibretas cuestan 11 carmadólares cada una y las carmaplayeras cuestan 17 carmadólares cada una. Mónica se gastó exactamente 227 carmadólares comprando carmalibretas y carmaplayeras. ¿Cuántas carmaplayeras y carmalibretas compró en total? Escribe la suma total de objetos que compró.

**Problema 4.** Yareli escribe tres números consecutivos en los vértices de un triángulo. En cada lado del triángulo, escribe la suma de los dos números en los vértices que lo definen. Finalmente, en el centro del triángulo escribe la suma de los números en los tres lados. Si el resultado es 120, ¿cuánto vale el menor de los números que escribió?

**Problema 5.** En su fiesta de cumpleaños, Julián tiene un pastel en forma de 2023-ágono regular. Para hacer una rebanada, debe iniciar un corte recto en alguno de los vértices del pastel y terminar en otro, de manera que todos los vértices de cada rebanada sean vértices del polígono original. ¿Cuál es la mayor cantidad de rebanadas que puede servir a sus invitados, sin importar si son diferentes en tamaño?

**Problema 6.** Decimos que un número de tres dígitos es pariente de otro número de tres dígitos si no son iguales, pero se escriben usando los mismos dígitos. Por ejemplo, 112 y 121 son parientes. ¿Cuál es la menor cantidad de parientes que puede tener un número cuya suma de dígitos es 10?

**Problema 7.** El número  $2023 \times N$  es una quinta potencia. Si  $N$  es de la forma  $7^a \times 17^b$ , escribe el menor valor posible de  $a + b$ .

**Problema 8.** Mariana la rana está parada en el primero de 10 lirios numerados del 1 al 10. Puede saltar 1 lirio hacia adelante, 2 lirios hacia adelante o 4 lirios hacia adelante. ¿De cuántas maneras distintas puede llegar al lirio marcado con 10?

**Problema 9.** Encuentra el menor valor positivo de  $n$  tal que  $\sqrt{2023 + n}$  es un cuadrado perfecto.

**Problema 10.** Yareli tiene un rectángulo cuyos lados tienen medidas enteras  $a$  y  $b$ , con  $a \leq b$ . Si suma su área y su perímetro, el resultado es 2019. ¿Cuántas parejas cumplen esto?

**Problema 11.** El entero 111111 es el producto de cinco números primos distintos. Calcula la suma de esos cinco números.

**Problema 12.** Sean  $a, b, c$  reales positivos tales que

$$a + b = abc, b + c = abc, c + a = abc.$$

Calcula el valor de  $(abc)^2$ .

**Problema 13.** Escribe un número entero del 1 al 100. Si ningún otro participante elige el mismo número, obtendrás el punto de esta pregunta. Si dos o más participantes escogen el mismo, ninguno recibe el punto.

## Uombat 1

**Problema 1.** Decimos que un número de tres dígitos es pariente de otro número de tres dígitos si no son iguales, pero se escriben usando los mismos dígitos. Por ejemplo, 112 y 121 son parientes. ¿Cuál es la menor cantidad de parientes que puede tener un número cuya suma de dígitos es 10?

**Problema 2.** El número  $2023 \times N$  es una quinta potencia. Si  $N$  es de la forma  $7^a \times 17^b$ , escribe el menor valor posible de  $a + b$ .

**Problema 3.** Mariana la rana está parada en el primero de 10 lirios numerados del 1 al 10. Puede saltar 1 lirio hacia adelante, 2 lirios hacia adelante o 4 lirios hacia adelante. ¿De cuántas maneras distintas puede llegar al lirio marcado con 10?

**Problema 4.** Encuentra el menor valor positivo de  $n$  tal que  $\sqrt{2023 + n}$  es un cuadrado perfecto.

**Problema 5.** Yareli tiene un rectángulo cuyos lados tienen medidas enteras  $a$  y  $b$ , con  $a \leq b$ . Si suma su área y su perímetro, el resultado es 2019. ¿Cuántas parejas cumplen esto?

**Problema 6.** El entero 111111 es el producto de cinco números primos distintos. Calcula la suma de esos cinco números.

**Problema 7.** Sean  $a, b, c$  reales positivos tales que

$$a + b = abc, b + c = abc, c + a = abc.$$

Calcula el valor de  $(abc)^2$ .

**Problema 8.** Escribe la suma de los dos primos más grandes que dividen a  $99! + 100!$ .

**Problema 9.** ¿Cuál es el menor número que es igual a su cubo?

**Problema 10.** Yareli escribe la palabra *CARMA*, diez veces en total, una después de otra en el pizarrón:

*CARMACARMACARMA...CARMA*

Daniela borra cada *R* y en su lugar, vuelve a escribir la palabra *CARMA*; como así:

*CACARMAMACACARMAMA...*

Vuelve a hacer esto 3 veces más, 4 en total. Cuando terminó, ¿cuántas letras hay escritas en el pizarrón?

**Problema 11.** Sea  $x$  la respuesta de este problema. Calcula el valor de  $2023 - 2022x$ .

**Problema 12.** ¿Cuántas sucesiones de cinco enteros positivos cumplen que el primer término es 1, el último término es 10 y ningún término se repite más de dos veces?

**Problema 13.** Escribe un número entero del 1 al 100. Si ningún otro participante elige el mismo número, obtendrás el punto de esta pregunta. Si dos o más participantes escogen el mismo, ninguno recibe el punto.

## Cuyo 2

**Problema 1.** Calcula  $2023 + 202 + 20 + 2$ .

**Problema 2.** Mónica y Montserrat quieren comprar un dulce. Sin embargo, a Mónica le hacen falta 7 pesos más para poder comprarlo, y a Montserrat le falta 1 peso. Deciden comprar un solo dulce entre las dos pero resulta que no les alcanza. ¿Cuánto cuesta cada dulce?

**Problema 3.** Daniela tiene 5 perritos: Chachicha, Chelsea, Chiqui, Choco y Chula. Le da 4 cariñitos a Chachicha, luego 3 cariñitos a Chelsea, luego 8 cariñitos a Chiqui, luego 2 cariñitos a Choco y finalmente 3 cariñitos a Chula. Repite esta cantidad, en este orden, hasta que ha dado 2023 cariñitos en total. ¿A quién le dio el último cariñito?

**Problema 4.** Yareli colecciona peluches Beanie Boo. Sabemos que 14 de sus peluches son perritos y que 9 de sus peluches son de color rosa. Si en total tiene 20 peluches, ¿cuántos perritos son de color rosa?

**Problema 5.** El celular de Yareli carga 3% cada 2 minutos. Si lo conecta cuando tiene 43%, ¿cuántos minutos tardará en cargarse por completo?

**Problema 6.** Gati tomó una siesta. Se quedó dormido a las 4 : 30 PM y despertó a las 6 : 23 PM del mismo día. ¿Cuántos minutos duró su siesta?

**Problema 7.** Luis calculó la multiplicación:  $2 \cdot 10 \cdot 500 \cdot 2500$ . ¿Cuántos dígitos del resultado son distintos de 0?

**Problema 8.** De todas las parejas de números enteros positivos que multiplicados dan 12, ¿cuál es el menor valor posible de su suma?

**Problema 9.** Las ciudades de Gatilandia, Perrilandia y Carmápolis están sobre la misma carretera, pero no sabemos en qué orden. La distancia de Gatilandia a Perrilandia es de  $625\text{km}$  y la distancia de Perrilandia a Carmápolis es de  $256\text{km}$ . Calcula la suma de los posibles valores de la distancia de Gatilandia a Carmápolis, en kilómetros.

**Problema 10.** Luis tiene una balanza de equilibrio. Se dio cuenta que 2 manzanas pesan lo mismo que 14 limones y que 42 limones pesan lo mismo que 3 plátanos. ¿Cuántas manzanas pesan lo mismo que 9 plátanos?

**Problema 11.** Encuentra la mayor cantidad de dígitos 9's en los que puede terminar un entero entre 23, 000, 000 y 25, 252, 525. Por ejemplo, 199 termina en dos 9's, mientras que 92, 999 termina en tres 9's.

**Problema 12.** Un monito es feliz si come de 3 tipos distintos de fruta. En el zoológico tienen 20 naranjas, 30 plátanos, 40 manzanas y 50 uvas. Si cada pieza individual de fruta no se puede partir, ¿cuál es la mayor cantidad de monitos que pueden ser felices?

**Problema 13.** Hay varios perritos en una habitación, cada uno con alguna cantidad de galletas. Si Chocoreta le diera la mitad de sus galletas a Chiqui, entonces todos los perritos tendrían la misma cantidad de galletas. En cambio, si Chocoreta le diera todas sus galletas a Chachicha, entonces Chachicha tendría la misma cantidad de galletas que todos los demás perritos combinados. ¿Cuántos perritos hay en la habitación?

**Problema 14.** Chocoreta escribió algunos signos + entre algunos de los dígitos del número 987654321 para obtener como resultado 99. ¿Cuál fue el mayor de los números que usó?

**Problema 15.** Chelsea da una vuelta a la pista en 10 minutos. Chula da una vuelta a la pista en 15 minutos. Las dos empiezan en la Salida al mismo tiempo. Si corren durante 2 horas, ¿cuántas veces en total se encuentran de nuevo en el punto de Salida?

## Koala 2

**Problema 1.** Las ciudades de Gatilandia, Perrilandia y Carmápolis están sobre la misma carretera, pero no sabemos en qué orden. La distancia de Gatilandia a Perrilandia es de  $625\text{km}$  y la distancia de Perrilandia a Carmápolis es de  $256\text{km}$ . Calcula la suma de los posibles valores de la distancia de Gatilandia a Carmápolis, en kilómetros.

**Problema 2.** Luis tiene una balanza de equilibrio. Se dio cuenta que 2 manzanas pesan lo mismo que 14 limones y que 42 limones pesan lo mismo que 3 plátanos. ¿Cuántas manzanas pesan lo mismo que 9 plátanos?

**Problema 3.** Encuentra la mayor cantidad de dígitos 9's en los que puede terminar un entero entre 23,000,000 y 25,252,525. Por ejemplo, 199 termina en dos 9's, mientras que 92,999 termina en tres 9's.

**Problema 4.** Un monito es feliz si come de 3 tipos distintos de fruta. En el zoológico tienen 20 naranjas, 30 plátanos, 40 manzanas y 50 uvas. Si cada pieza individual de fruta no se puede partir, ¿cuál es la mayor cantidad de monitos que pueden ser felices?

**Problema 5.** Hay varios perritos en una habitación, cada uno con alguna cantidad de galletas. Si Chocoreta le diera la mitad de sus galletas a Chiqui, entonces todos los perritos tendrían la misma cantidad de galletas. En cambio, si Chocoreta le diera todas sus galletas a Chachicha, entonces Chachicha tendría la misma cantidad de galletas que todos los demás perritos combinados. ¿Cuántos perritos hay en la habitación?

**Problema 6.** Chocoreta escribió algunos signos + entre algunos de los dígitos del número 987654321 para obtener como resultado 99. ¿Cuál fue el mayor de los números que usó?

**Problema 7.** Chelsea da una vuelta a la pista en 10 minutos. Chula da una vuelta a la pista en 15 minutos. Las dos empiezan en la Salida al mismo tiempo. Si corren durante 2 horas, ¿cuántas veces en total se encuentran de nuevo en el punto de Salida?



**Problema 8.** Gus prepara las hamburguesas del cumpleaños de Yareli. Todas las hamburguesas llevan pan, lechuga, un tipo de queso, una proteína y al menos un condimento. Hay dos tipos de pan para elegir, dos tipos de lechuga para elegir, tres tipos de queso, tres tipos de proteína y tres condimentos diferentes: mayonesa, catsup y mostaza. ¿Cuántas hamburguesas distintas puede preparar Gus?

**Problema 9.** ¿Cuál es el menor entero positivo compuesto que no es divisible por 3, por 4 ni por 5?

**Problema 10.** Yareli colecciona peluches Beanie Boos. Tiene 9 perritos distintos, 6 gatitos distintos y 4 tortugas distintas. Tiene un carrito para peluches en el que caben 2. Quiere subir una pareja de dos animales distintos. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?

**Problema 11.** Mónica solo desayuna 5 cosas distintas: un día chilaquiles, otro waffles, otro torta ahogada, otro frutita con yogurt y otro huevito con catsup. Además, siempre desayuna un día con Luis, otro con Daniela, otro con Víctor, otro con Yareli, otro con Gámez, otro con Selene y otro con Luisa. Siempre repite las comidas y las personas en orden. Si hoy desayunó torta ahogada con Luis, ¿dentro de cuántos días desayunará chilaquiles con Daniela?

**Problema 12.** El número favorito de Chocoreta está entre 1200 y 4000. Es divisible entre 5. Tiene el mismo valor en el dígito de las unidades y en el dígito de las centenas, y tiene el mismo valor en el dígito de las decenas y el dígito de los millares. Su número favorito es par y no es múltiplo de 3. ¿Cuál es su número favorito?

**Problema 13.** Se escribe una enorme cadena de números

1234567891023..., 910134... 91012...

que empieza con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, luego 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, luego 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 2, y así sucesivamente. Después de 10, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, seguimos la cadena de números con 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 otra vez y seguimos y seguimos. ¿Cuál dígito ocupa la posición 2023 en la cadena?

**Problema 14.** Chelsea tiene un triángulo de lados 3, 4, y 6. Chula tiene una copia a escala de ese triángulo, más grande. Sabemos que uno de los lados del triángulo de Chula mide 12. Calcula la suma de todos los valores posibles de la medida del lado más pequeño del triángulo de Chula.

**Problema 15.** Daniela viajó a los Estados Unidos y regresó con algo de dinero suelto. Si solo tuviera monedas de 25 centavos y de 1 centavo, necesitaría mínimo 66 monedas. Si solo tuviera monedas de 10 centavos y de 1 centavo, necesitaría mínimo 147 monedas. ¿Cuánto dinero tiene Daniela, expresado en centavos?

## Walabi 2

### Parte A

**Problema 1.** Yareli colecciona peluches Beanie Boos. Tiene 9 perritos distintos, 6 gatitos distintos y 4 tortugas distintas. Tiene un perrito para peluches en el que caben 2. Quiere subir una pareja de dos animales distintos. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?

**Problema 2.** Mónica solo desayuna 5 cosas distintas: un día chilaquiles, otro waffles, otro torta ahogada, otro frutita con yogurt y otro huevito con catsup. Además, siempre desayuna un día con Luis, otro con Daniela, otro con Víctor, otro con Yareli, otro con Gámez, otro con Selene y otro con Luisa. Siempre repite las comidas y las personas en orden. Si hoy desayunó torta ahogada con Luis, ¿dentro de cuántos días desayunará chilaquiles con Daniela?

**Problema 3.** El número favorito de Chocoreta está entre 1200 y 4000. Es divisible entre 5. Tiene el mismo valor en el dígito de las unidades y en el dígito de las centenas, y tiene el mismo valor en el dígito de las decenas y el dígito de los millares. Su número favorito es par y no es múltiplo de 3. ¿Cuál es su número favorito?

**Problema 4.** Se escribe una enorme cadena de números

1234567891023...,910134...91012...

que empieza con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, luego 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, luego 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 2, y así sucesivamente. Después de 10, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, seguimos la cadena de números con 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 otra vez y seguimos y seguimos. ¿Cuál dígito ocupa la posición 2023 en la cadena?

**Problema 5.** Chelsea tiene un triángulo de lados 3, 4, y 6. Chula tiene una copia a escala de ese triángulo, más grande. Sabemos que uno de los lados del triángulo de Chula mide 12. Calcula la suma de todos los valores posibles de la medida del lado más pequeño del triángulo de Chula.

**Problema 6.** Daniela viajó a los Estados Unidos y regresó con algo de dinero suelto. Si solo tuviera monedas de 25 centavos y de 1 centavo, necesitaría mínimo 66 monedas. Si solo tuviera monedas de 10 centavos y de 1 centavo, necesitaría mínimo 147 monedas. ¿Cuánto dinero tiene Daniela, expresado en centavos?

**Problema 7.** Yareli tiene varios paquetes idénticos de galletitas que llevó a un albergue para perritos. Si abre dos paquetes de galletas y los reparte equitativamente entre los perritos, le sobra 1 galleta. Si abre tres paquetes y los reparte equitativamente, le sobran 13 galletas. ¿Cuántos perritos hay en el albergue?

**Problema 8.** ¿Cuántos números de 5 dígitos cumplen que, al borrar un dígito, obtienes 2023?

**Problema 9.** Monse tiene 2 gatitos: Jay y Tay. Jay duerme una siesta de 6 horas y luego sale de paseo durante 2 horas. En cambio, Tay duerme una siesta de 5 horas y luego sale de paseo durante 7 horas. Justo ahorita, a las 12 de la noche del lunes, Jay regresa a casa para dormir su siesta y Tay va despertando para salir de paseo. Durante la siguiente semana, ¿cuánto tiempo pasarán durmiendo siesta en casa al mismo tiempo?

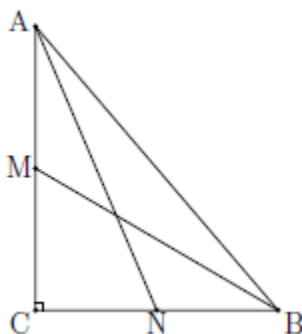
**Problema 10.** José Luis acomodó los números del 1 al 9 en un círculo, completamente al azar. Cuando lee tres números consecutivos en el sentido de las manecillas del reloj, obtiene un número de 3 dígitos. Hace esto 9 veces para obtener 9 números de 3 dígitos y luego calcula su suma. ¿Cuál es el resultado?

**Problema 11.** Sean  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}$  números reales que satisfacen el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= 1, \\ a_2 + a_3 &= 2, \\ &\vdots \\ a_{14} + a_{15} &= 14, \\ a_{15} + a_1 &= 15. \end{aligned}$$

¿Cuál es el valor de  $a_{15}$ ?

**Problema 12.** Un triángulo rectángulo  $\triangle ABC$  tiene ángulo recto en  $C$ . Sean  $M$  y  $N$  los puntos medios de los lados  $AC$  y  $BC$  respectivamente. Supongamos que  $AN = 19$  y  $BM = 22$ . Calcula  $AB$ .



## Parte B

**Problema 13.** La maestra Chachicha le pidió a cuatro de sus estudiantes que pensarán en un número de 4 dígitos. La siguiente indicación fue que movieran el dígito de los millares al final del número, y sumaran el nuevo número con el número original. Estos fueron sus resultados:

Chelsea:	8,612
Chiqui:	4,322
Choco:	9,867
Chula:	13,859

"Todas excepto Choco están mal", dijo la maestra. ¿Cómo lo supo?  
Explica el procedimiento con claridad.

**Problema 14.** Tikis está aburrida y se puso a contar números. Empieza con el número 1 y continúa de uno en uno, únicamente saltándose los números que son divisores del producto de todos los números anteriores que ha contado. Por ejemplo, empieza contando 1, 2, 3, 4 y 5 pero se salta 6 porque  $6$  divide a  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ . ¿Cuál es el vigésimo (número 20) número que cuenta Tikis?

**Problema 15.** En el cuadrado  $ABCD$ ,  $M$  es el punto medio del lado  $CD$ . Los puntos  $N$  y  $P$  están sobre los segmentos  $BC$  y  $AB$  respectivamente, tales que  $\angle AMN = \angle MNP = 90^\circ$ . Calcula el radio  $\frac{AP}{PB}$ .

## Canguro 2

### Parte A

**Problema 1.** Yareli tiene varios paquetes idénticos de galletitas que llevó a un albergue para perritos. Si abre dos paquetes de galletas y los reparte equitativamente entre los perritos, le sobra 1 galleta. Si abre tres paquetes y los reparte equitativamente, le sobran 13 galletas. ¿Cuántos perritos hay en el albergue?

**Problema 2.** ¿Cuántos números de 5 dígitos cumplen que, al borrar un dígito, obtienes 2023?

**Problema 3.** Monse tiene 2 gatitos: Jay y Tay. Jay duerme una siesta de 6 horas y luego sale de paseo durante 2 horas. En cambio, Tay duerme una siesta de 5 horas y luego sale de paseo durante 7 horas. Justo ahorita, a las 12 de la noche del lunes, Jay regresa a casa para dormir su siesta y Tay va despertando para salir de paseo. Durante la siguiente semana, ¿cuánto tiempo pasarán durmiendo siesta en casa al mismo tiempo?

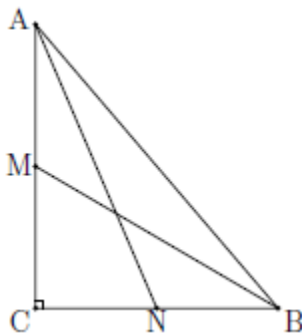
**Problema 4.** José Luis acomodó los números del 1 al 9 en un círculo, completamente al azar. Cuando lee tres números consecutivos en el sentido de las manecillas del reloj, obtiene un número de 3 dígitos. Hace esto 9 veces para obtener 9 números de 3 dígitos y luego calcula su suma. ¿Cuál es el resultado?

**Problema 5.** Sean  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}$  números reales que satisfacen el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}a_1 + a_2 &= 1, \\a_2 + a_3 &= 2, \\&\vdots \\a_{14} + a_{15} &= 14, \\a_{15} + a_1 &= 15.\end{aligned}$$

¿Cuál es el valor de  $a_{15}$ ?

**Problema 6.** Un triángulo rectángulo  $\triangle ABC$  tiene ángulo recto en  $C$ . Sean  $M$  y  $N$  los puntos medios de los lados  $AC$  y  $BC$  respectivamente. Supongamos que  $AN = 19$  y  $BM = 22$ . Calcula  $AB$ .



**Problema 7.** Encuentra la suma de todos los números primos  $p$  tales que  $p + 10$  y  $p + 14$  también son números primos.

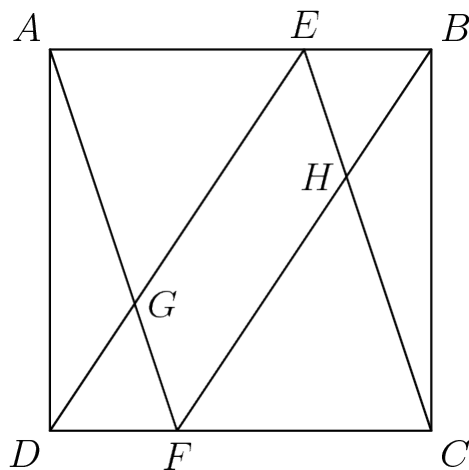
**Problema 8.** Los números del 1 al 100 se escriben en una cuadrícula de  $10 \times 10$  en orden ascendente. Es decir, en la primera fila escribimos 1, 2, ..., 10; en la segunda fila escribimos 11, 12, ..., 20; y así sucesivamente. Puedes colocar 10 fichas en cuadrillos del tablero de manera que haya una en cada fila y una en cada columna, y sumar los números debajo de las fichas. ¿Cuál es la mayor suma que puedes obtener?

**Problema 9.** ¿Cuántos enteros positivos cumplen que el producto de sus dígitos es igual a 2023?

**Problema 10.** Hay 6 puntos numerados en una circunferencia. ¿De cuántas maneras distintas se pueden trazar secantes que unan parejas de puntos de modo que no haya dos secantes que se crucen y ningún punto pertenezca a más de una secante?  
No es necesario que todos los puntos sean usados.

**Problema 11.** Calcula la cantidad de divisores de  $13! + 14! + 15!$ .

**Problema 12.** Sea  $ABCD$  un cuadrado, y sean  $E$  y  $F$  puntos sobre los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ , respectivamente, tales que  $AE : EB = CF : FD = 2 : 1$ . Sea  $G$  la intersección de  $\overline{AF}$  y  $\overline{DE}$ , y sea  $H$  la intersección de  $\overline{BF}$  y  $\overline{CE}$ . Calcula la razón del área del cuadrilátero  $EGFH$  al área del cuadrado  $ABCD$ .



## Parte B

**Problema 13.** En el planeta Gati-32, los meses pueden durar 35, 36 o 42 días. Cada año tiene al menos un mes de cada tipo. La astronauta Chocoreta sabe que cada año dura exactamente  $n$  días, pero se da cuenta que no puede saber cuántos meses hay en el año. ¿Cuál es el menor valor posible de  $n$ ?

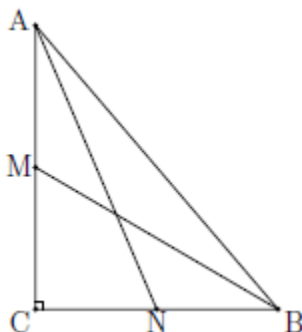
**Problema 14.** En el cuadrado  $ABCD$ ,  $M$  es el punto medio del lado  $CD$ . Los puntos  $N$  y  $P$  están sobre los segmentos  $BC$  y  $AB$  respectivamente, tales que  $\angle AMN = \angle MNP = 90^\circ$ . Calcula la razón  $\frac{AP}{PB}$ .

**Problema 15.** Sea  $1, 7, 19, \dots$  la secuencia de números tal que para todo entero  $n \geq 1$ , el promedio de los primeros  $n$  términos de la secuencia es igual al  $n$ -ésimo cuadrado perfecto. Calcula los últimos 3 dígitos del término 2023 de la secuencia.

# Uombat 2

## Parte A

**Problema 1.** Un triángulo rectángulo  $\triangle ABC$  tiene ángulo recto en  $C$ . Sean  $M$  y  $N$  los puntos medios de los lados  $AC$  y  $BC$  respectivamente. Supongamos que  $AN = 19$  y  $BM = 22$ . Calcula  $AB$ .



**Problema 2.** Encuentra la suma de todos los números primos  $p$  tales que  $p + 10$  y  $p + 14$  también son números primos.

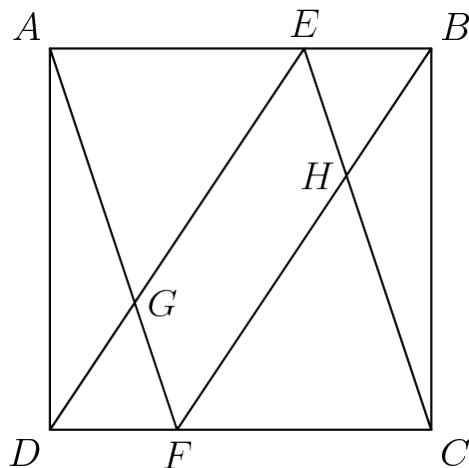
**Problema 3.** Los números del 1 al 100 se escriben en una cuadrícula de  $10 \times 10$  en orden ascendente. Es decir, en la primera fila escribimos  $1, 2, \dots, 10$ ; en la segunda fila escribimos  $11, 12, \dots, 20$ ; y así sucesivamente. Puedes colocar 10 fichas en cuadrillos del tablero de manera que haya una en cada fila y una en cada columna, y sumar los números debajo de las fichas. ¿Cuál es la mayor suma que puedes obtener?

**Problema 4.** ¿Cuántos enteros positivos cumplen que el producto de sus dígitos es igual a 2023?

**Problema 5.** Hay 6 puntos numerados en una circunferencia. ¿De cuántas maneras distintas se pueden trazar secantes que unan parejas de puntos de modo que no haya dos secantes que se crucen y ningún punto pertenezca a más de una secante? No es necesario que todos los puntos sean usados.

**Problema 6.** Calcula la cantidad de divisores de  $13! + 14! + 15!$ .

**Problema 7.** Sea  $ABCD$  un cuadrado, y sean  $E$  y  $F$  puntos sobre los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ , respectivamente, tales que  $AE : EB = CF : FD = 2 : 1$ . Sea  $G$  la intersección de  $\overline{AF}$  y  $\overline{DE}$ , y sea  $H$  la intersección de  $\overline{BF}$  y  $\overline{CE}$ . Calcula la razón del área del cuadrilátero  $EGFH$  al área del cuadrado  $ABCD$ .



**Problema 8.** Sean  $d_1, d_2, \dots$  los divisores positivos de  $n$ , en orden creciente. Si  $d_6 = 35$ , calcula el menor valor posible de  $n$ .

**Problema 9.** Dimi escribe todos los enteros positivos  $n$  que dejan un residuo de 3 cuando 2023 se divide entre  $n$ . ¿Cuál es la suma de todos los números que escribe?

**Problema 10.** Bebé Aleph está pensando en un número. Dice que es un número impar de dos dígitos y sus dos dígitos son números primos. Dice también que el número es divisible entre la suma de sus dígitos. ¿Cuál es la suma de todos los números que cumplen las condiciones de Bebé Aleph?

**Problema 11.** Encuentra el menor entero positivo de tres dígitos  $n$  tal que  $3^n + 4^n$  es divisible entre 5.

**Problema 12.** Un tren sale de Tijuana rumbo a Mérida, viajando a una velocidad constante de 120 kilómetros por hora. En el mismo instante, en una vía paralela, un tran sale de Mérida rumbo a Tijuana viajando a 80 kilómetros por hora. Exactamente una hora antes de encontrarse, ¿a qué distancia están los trenes entre sí?

## Parte B

**Problema 13.** En el planeta Gati-32, los meses pueden durar 35, 36 o 42 días. Cada año tiene al menos un mes de cada tipo. La astronauta Chocoreta sabe que cada año dura exactamente  $n$  días, pero se da cuenta que no puede saber cuántos meses hay en el año. ¿Cuál es el menor valor posible de  $n$ ?

**Problema 14.** En el cuadrado  $ABCD$ ,  $M$  es el punto medio del lado  $CD$ . Los puntos  $N$  y  $P$  están sobre los segmentos  $BC$  y  $AB$  respectivamente, tales que  $\angle AMN = \angle MNP = 90^\circ$ . Calcula la razón  $\frac{AP}{PB}$ .

**Problema 15.** Sea  $1, 7, 19, \dots$  la secuencia de números tal que para todo entero  $n \geq 1$ , el promedio de los primeros  $n$  términos de la secuencia es igual al  $n$ -ésimo cuadrado perfecto. Calcula los últimos 3 dígitos del término 2023 de la secuencia.



# Capítulo 3

## Soluciones a los Problemas

### Cuyo 1

**Solución Problema 1.** Necesita  $30 \times 5 \times 7 = 1050$  gramos de fruta. Respuesta: 1050.

**Solución Problema 2.** Annie tiene 100 dólares. Hallie tiene 90 dólares. Annie ganó más dinero. Respuesta: Annie.

**Solución Problema 3.** Como  $8 \times 3 = 24$ , cada día en la Tierra son 3 días en el planeta Cachorro. Por lo tanto, cuando pasa una semana en la Tierra, pasan 21 días en el planeta Cachorro. Respuesta: 21.

**Solución Problema 4.** Los números son 39, 48, 57, 66, 75, 84 y 93. Son 7 números en total. Respuesta: 7.

**Solución Problema 5.** La palabra CARMA tiene 5 letras. Los números que terminan en 1 y 6 corresponden a la C; los números que terminan en 2 y 7 o 5 y 0 corresponden a la A; los números que terminan en 3 y 8 corresponden a la R; los números que terminan en 4 y 9 corresponden a la M. Por lo tanto, la respuesta es R. Respuesta: R.

**Solución Problema 6.** Veamos que  $9 + 3 = 12$ . Si 12 es el doble de lo que comió ayer, quiere decir que ayer comió 6 sardinas. Respuesta: 6.

**Solución Problema 7.** Para ganar un partido, debe anotar más goles de los que recibe. No es posible que los Cuyos hayan ganado los 5 juegos porque si anotaron más goles en cada juego, habrían anotado más goles en total. Veamos que sí es posible que ganen 4 juegos, por ejemplo: 0-5, 2-0, 1-0, 1-0, 1-0. Respuesta: 4.

**Solución Problema 8.** Los números que dicen, en orden, son 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024 y 2048. Como 2048 es mayor que 2023, ese fue el último número que dijeron. Respuesta: 2048.

**Solución Problema 9.** Podemos simplemente contar los cuadritos de la figura, pues cada uno tiene  $1\text{cm}^2$  de área. Serían  $16 + 15 + 6 + 6 = 43$ . Respuesta: 43.

**Solución Problema 10.** De la casa de Yareli a la casa de Daniela, los números de las casas aumentaron 100. Como en total son 5 casas de diferencia, cada casa aumenta 20. Los números son 101, 121, 141, 161, 181 y 201. Esto quiere decir que de las primeras 3 casas tienen los números 41, 61 y 81. Respuesta: 41.

**Solución Problema 11.** Hallie corre 400 metros cada vuelta. Como corrió 30 vueltas, corrió  $30 \times 400 = 12000$  metros en total. Annie corre 300 metros cada vuelta. Si dividimos  $12000 \div 300$  vemos que la respuesta es 40. Respuesta: 40.

**Solución Problema 12.** Mónica gana  $20 + 20 + 20 + 20 + 10 = 90$  pesos cada 5 hamburguesas que vende. Montserrat gana  $30 + 30 + 30 + 30 + 0 = 120$  pesos cada 5 hamburguesas que vende. Es decir, Montserrat gana 30 pesos más cada 5 hamburguesas. Como 1000 es 200 veces 5, entonces Montserrat ganó  $200 \times 30 = 6000$  pesos más que Mónica. Respuesta: 6000.

## Koala 1

**Solución Problema 1.** Ver solución de Cuyo, Problema 7

**Solución Problema 2.** Ver solución de Cuyo, Problema 8

**Solución Problema 3.** Ver solución de Cuyo, Problema 9

**Solución Problema 4.** Ver solución de Cuyo, Problema 10

**Solución Problema 5.** Ver solución de Cuyo, Problema 11

**Solución Problema 6.** Ver solución de Cuyo, Problema 12

**Solución Problema 7.** Veamos que 6 es la tercera parte de 18, que es la cantidad total de cajas de naranjas que puede cargar. La tercera parte de 24 es 8. Como solo ha cargado una tercera parte de naranjas, puede cargar dos terceras partes de manzanas, es decir, 16 cajas. Respuesta: 16.

**Solución Problema 8.** Los números son 1551, 2552, 3553, 4554, 5005, 5115, 5225, 5335, 5445, 5555, 5665, 5775, 5885, 5995, 6556, 7557, 8558, 9559. Respuesta: 18.

**Solución Problema 9.** Se cumple cuando tienen 1 y 16 años, cuando tienen 3 y 18, cuando tienen 5 y 20 y, finalmente, cuando tienen 15 y 30. Respuesta: 4.

**Solución Problema 10.** Si  $A$  es la edad de Montse y  $B$  es la edad de Moni, podemos plantear el siguiente sistema de ecuaciones:  $A + 4 = 2(B + 4)$ ,  $A - 3 = 3(B - 3)$ . Podemos despejar el valor de  $A$  en ambos casos para obtener  $A = 2B + 4$ ,  $A = 3B - 6$ . Igualando, tenemos  $2B + 4 = 3B - 6$  de donde  $B = 10$  y  $A = 24$ . Respuesta: 24.

**Solución Problema 11.** Buscamos los números pares que solo usan 5, 6, 7, 8 y 9. Nuestro número tiene 2 dígitos. Para el dígito de las decenas podemos usar cualquiera, es decir, tenemos 5 opciones. Para el dígito de las unidades tenemos que usar un número par, es decir, tenemos 2 opciones. En total son 10 números distintos. Respuesta: 10.

**Solución Problema 12.** El abecedario de Yareli tiene 27 letras. Veamos que  $2023 = 27(74) + 25$ . La letra 25 del abecedario es la  $X$ , así que esa fue la última letra que escribió Yareli. Respuesta:  $X$ .

## Walabi 1

**Solución Problema 1.** Ver solución de Koala, Problema 7

**Solución Problema 2.** Ver solución de Koala, Problema 8

**Solución Problema 3.** Ver solución de Koala, Problema 9

**Solución Problema 4.** Ver solución de Koala, Problema 10

**Solución Problema 5.** Ver solución de Koala, Problema 11

**Solución Problema 6.** Ver solución de Koala, Problema 12

**Solución Problema 7.** Queremos calcular el área de un cuadrado de lado  $25\text{cm}$  y sumarla al área de un círculo de diámetro  $25\text{cm}$ . El área del cuadrado es  $25 \times 25 = 625\text{cm}^2$ . Para el área del círculo necesitamos el radio, que es  $\frac{25}{2}$ ; el área es  $(\frac{25}{2})^2 \times \pi = \frac{625\pi}{4}$ . Luego,  $a = 625$  y  $b = 156,25$  Respuesta: 781.25

**Solución Problema 8.** Veamos que  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 2023$ . Las parejas de enteros positivos cuyo producto es 2023 son 1 y 2023, 7 y 289, 17 y 119. Respuesta: 3.

**Solución Problema 9.** Veamos que  $11 \times 20 = 220$  y sobran 7. Si compramos una carmalibreta menos, el residuo aumenta de 11 en 11. Los residuos son 7, 18, 29, 40, 51, 62, 73, 84, 95, 106, 117, 128, 139, 150, 161, 172, 183, 194, 205, 216, 227. Buscamos un múltiplo de 17 entre esos números. Los múltiplos de 17 en ese rango son 17, 34, 51, 68, 85, 102, 119, 136, 153, 170, 187, 204, 221. La única coincidencia es 51 que es  $3 \times 17$ . Entonces, compró 16 carmalibretas y 3 carmaplayeras. Respuesta: 19.

**Solución Problema 10.** Sean  $x, x + 1, x + 2$  los tres números que escribió Yareli. Luego, en los lados escribió los números  $2x + 1, 2x + 2$  y  $2x + 3$ . Por lo tanto, en el centro escribió  $6x + 6 = 120$ , de donde  $x = 19$ . Respuesta: 19.

**Solución Problema 11.** Los triángulos usan la menor cantidad de vértices del polígono original; es decir, con más triángulos hay más piezas posibles. Podemos dividir el polígono en 2021 triángulos con diagonales. Respuesta: 2021.

**Solución Problema 12.** Si todos los dígitos fueran iguales, la cantidad de parientes sería 0. Como 10 no es múltiplo de 3, tiene al menos 1 pariente. Veamos que cualquiera de 550 o 505 solo tiene como pariente al otro, pues 055 no es un número de tres dígitos. Respuesta: 1.

## Canguro 1

**Solución Problema 1.** Ver solución de Walabi, Problema 7

**Solución Problema 2.** Ver solución de Walabi, Problema 8

**Solución Problema 3.** Ver solución de Walabi, Problema 9

**Solución Problema 4.** Ver solución de Walabi, Problema 10

**Solución Problema 5.** Ver solución de Walabi, Problema 11

**Solución Problema 6.** Ver solución de Walabi, Problema 12

**Solución Problema 7.** Sabemos que  $2023 = 7 \times 17^2$ . Para que el producto  $2023N$  sea una quinta potencia,  $N = 7^{5k+4} \times 17^{5n+3}$ , donde los menores valores para  $a$  y  $b$  son 4 y 3, respectivamente. Respuesta: 7.

**Solución Problema 8.** Hacemos recursión, calculando las maneras de llegar a cada lugar como la suma de maneras de llegar a lugares anteriores, específicamente, los lirios 4, 2 o 1 lugares atrás. En orden, las maneras de llegar a cada lirio son 1, 1, 2, 3, 6, 10, 18, 31, 55 y 96. Respuesta: 96.

**Solución Problema 9.** Como queremos que una raíz cuadrada sea un cuadrado perfecto, su argumento debe ser una cuarta potencia. La cuarta potencia más cercana a 2023, mayor que 2023 es 2401. La diferencia es 378. Respuesta: 378.

**Solución Problema 10.** Tenemos la expresión  $ab + 2a + 2b = 2019$ . Si sumamos 4 de cada lado, podemos factorizar como  $(a + 2)(b + 2) = 2023$ . Las parejas de enteros positivos cuyo producto es 2023 son 1 y 2023, 7 y 289, 17 y 119. La primera no tiene solución para  $a, b$  enteros positivos, así que solo hay dos posibles soluciones. Respuesta: 2.

**Solución Problema 11.** Veamos que  $111111 = 111 \times 1001$ . Sabemos que  $1001 = 7 \times 11 \times 13$  y que  $111 = 3 \times 37$ . Luego, la respuesta es  $7 + 11 + 13 + 3 + 37 = 71$ . Respuesta: 71.

**Solución Problema 12.** Si  $a + b = b + c$ , podemos deducir que  $a = c$ . Luego, si  $b + c = c + a$ , sabemos que  $b = a$  y entonces obtenemos que  $a = b = c$ . Luego, sustituyendo, obtenemos que  $2a = a^3$ , de donde  $2 = a^2$  y  $a = \sqrt{2}$ . Como buscamos  $(abc)^2 = (a^3)^2 = a^6$ , el resultado es 8. Respuesta: 8.

## Uombat 1

**Solución Problema 1.** Ver solución de Canguro, Problema 6

**Solución Problema 2.** Ver solución de Canguro, Problema 7

**Solución Problema 3.** Ver solución de Canguro, Problema 8

**Solución Problema 4.** Ver solución de Canguro, Problema 9

**Solución Problema 5.** Ver solución de Canguro, Problema 10

**Solución Problema 6.** Ver solución de Canguro, Problema 11

**Solución Problema 7.** Ver solución de Canguro, Problema 12

**Solución Problema 8.** Veamos que  $99! + 100! = 99!(1 + 100) = 99!(101)$ . Como 101 es primo, buscamos al primo más grande, menor o igual a 99, que es 97. Tenemos entonces  $101 + 97 = 198$ . Respuesta: 198.

**Solución Problema 9.** Tenemos que  $x = x^3$ , de donde  $1 = x^2$ . Esto tiene dos soluciones:  $1, -1$ . Respuesta:  $-1$ .

**Solución Problema 10.** Veamos que la palabra CARMA tiene una única letra R. Es decir, la cantidad de letras R es siempre la misma. Cada vez que Daniela hace el procedimiento, elimina 10 letras y escribe 50, es decir, un aumento de 40 letras. Inicialmente hay 50 letras y en cada momento siguiente hay 90, 130, 170, 210. Respuesta: 210.

**Solución Problema 11.** La respuesta al problema es  $x$ . La respuesta al problema también es el resultado de  $2023 - 2022x$ . Es decir, el problema planteado es  $2023 - 2022x = x$ , de donde  $2023 = 2023x$  y  $1 = x$ . Respuesta: 1.

**Solución Problema 12.** Vamos a distinguir distintos tipos de sucesión: (1) Cinco enteros distintos  $1, a, b, c, 10$ ; (2) Se repite el uno o se repite el diez y los otros son distintos:  $1, 1, a, b, 10$  o  $1, a, b, 10, 10$ ; (3) Se repiten el uno y el diez  $1, 1, a, 10, 10$ ; (4) Se repite el uno o se repite el diez y los otros dos son iguales también:  $1, 1, a, a, 10$  o  $1, a, a, 10, 10$ ; (5) Se repite una pareja distinta a uno o diez  $1, a, a, b, 10$  o  $1, a, b, b, 10$ . Contamos cada caso por separado:

1. No podemos usar 1 ni 10. Debemos elegir 3 números distintos de entre 8 posibles. Esto se puede hacer de  $\binom{8}{3} = \frac{876}{321} = 56$ .
2. No podemos usar ni 1 ni 10. Debemos elegir 2 números distintos de entre 8 posibles. Esto se puede hacer de  $\binom{8}{2} = \frac{87}{21} = 28$ . Como son dos casos, el total es  $28 \times 2 = 56$ .
3. No podemos usar ni 1 ni 10. Debemos elegir un número de entre 8 posibles. Son 8 sucesiones posibles.
4. No podemos usar ni 1 ni 10. Debemos elegir un número de entre 8 posibles y repetirlo. Son 8 sucesiones posibles en cada caso, son  $8 \times 2 = 16$  sucesiones en total.
5. No podemos usar ni 1 ni 10. Debemos elegir 2 números distintos de entre 8 posibles. Esto se puede hacer de  $\binom{8}{2} = \frac{87}{21} = 28$ . Como son dos casos, el total es  $28 \times 2 = 56$ .

En total, tenemos  $56 + 56 + 8 + 16 + 56 = 192$  sucesiones distintas posibles. Respuesta: 192.

## Cuyo 2

**Solución Problema 1.** Sumamos. Respuesta: 2247.

**Solución Problema 2.** Si a Montserrat le falta 1 peso y juntando su dinero con Mónica todavía no le alcanza, quiere decir que Mónica tiene 0 pesos. Como le faltan 7 pesos, cada dulce debe costar 7 pesos. Respuesta: 7.

**Solución Problema 3.** Cada vuelta de cariñitos es un total de  $4 + 3 + 8 + 2 + 3 = 20$  cariñitos. Podría dar 101 vueltas completas y dar 2020 cariñitos. Faltan 3 y como a Chachicha le debe dar 4, el último cariñito se lo dio a ella. Respuesta: Chachicha.

**Solución Problema 4.** La suma de  $14 + 9 = 23$ . Como solo tiene 20 peluches, debe haber 3 que compartan las dos características. Respuesta: 3.

**Solución Problema 5.** Al celular de Yareli le falta  $100 - 43 = 57$  porciento de carga. Veamos que  $57 \div 3 = 19$  y que  $19 \times 2 = 38$ . Respuesta: 38.

**Solución Problema 6.** Gati durmió 1 hora y 53 minutos. Es decir,  $60 + 53 = 113$  minutos. Respuesta: 113.

**Solución Problema 7.** El resultado de la multiplicación es 25,000,000. Respuesta: 2.

**Solución Problema 8.** Las posibles parejas de números enteros positivos que multiplicados dan 12 son 1 y 12, 2 y 6, 3 y 4. Respectivamente, sus sumas son 13, 8 y 7. Respuesta: 7.

**Solución Problema 9.** Acomodamos Gatilandia y Perrilandia en una recta, con Perrilandia a la derecha de Gatilandia. El problema es que no sabemos si Carmápolis está entre Gatilandia y Perrilandia, o si está a la derecha de Perrilandia. Eso nos da dos posibles ubicaciones. Si Carmápolis estuviera entre las dos ciudades, entonces la distancia de Gatilandia a Carmápolis sería la diferencia entre  $625 - 256 = 369$ . En cambio, si Carmápolis estuviera a la derecha de Perrilandia, entonces la distancia de Gatilandia a Carmápolis sería la suma de  $625 + 256 = 881$ . La suma de las posibles distancias es  $369 + 881 = 1250$ . Respuesta: 120.

**Solución Problema 10.** Como  $42 = 14 \times 3$ , entonces 3 plátanos pesan lo mismo que  $2 \times 3 = 6$  manzanas. Como 9 es el triple de 3 plátanos, entonces debemos tener 18, el triple de 6 manzanas. Respuesta: 18.

**Solución Problema 11.** Tanto 23,999,999 como 24,999,999 tienen seis ceros. Respuesta: 6.

**Solución Problema 12.** En total tenemos  $20 + 30 + 40 + 50 = 140$  piezas de fruta. Si dividimos entre 3, la mayor cantidad técnicamente posible serían 46 monitos. En ese caso, sobrarían solo 2 piezas de fruta, que no es posible porque 46 tercias usarían a lo más 46 uvas, por lo que sobrarían al menos 4. Veamos que sí es posible hacer felices a 45 monitos con 5 tercias de naranja, plátano y uvas, 15 tercias de naranja, manzana y uvas, y 25 tercias de plátano, manzana y uvas. Respuesta: 45.

**Solución Problema 13.** Vamos a decir que Chocoreta tiene  $2x$  galletas. Si le da la mitad a Chiqui, entonces Chocoreta se queda con  $x$  galletas; como en ese momento todos los perritos tendrían la misma cantidad, quiere decir que Chiqui tenía 0 galletas y que todos los demás perritos tenían  $x$  galletas. Chachicha debía tener  $x$  galletas. Si Chocoreta le diera sus  $2x$  galletas, entonces Chachicha tendría  $3x$  galletas. Como cada perrito tiene  $x$ , debe haber otros 3 perritos además de Chachicha, Chocoreta y Chiqui. Respuesta: 6.

**Solución Problema 14.** Chocoreta debió haber escrito  $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 43 + 21$ . Respuesta: 43.

**Solución Problema 15.** Se vuelven a encontrar en el punto de salida cada 30 minutos. Como corrieron por 2 horas, se encontraron de nuevo 4 veces. Respuesta: 4.

## Koala 2

**Solución Problema 1.** Ver solución de Cuyo 2, Problema 9.

**Solución Problema 2.** Ver solución de Cuyo 2, Problema 10.

**Solución Problema 3.** Ver solución de Cuyo 2, Problema 11.

**Solución Problema 4.** Ver solución de Cuyo 2, Problema 12.

**Solución Problema 5.** Ver solución de Cuyo 2, Problema 13.

**Solución Problema 6.** Ver solución de Cuyo 2, Problema 14.

**Solución Problema 7.** Ver solución de Cuyo 2, Problema 15.

**Solución Problema 8.** Multiplicamos las opciones: 2 tipos de pan por 2 tipos de lechuga por 3 tipos de queso por 3 tipos de proteína por 6 combinaciones de condimentos y obtenemos 252. Las 7 posibles combinaciones de condimento son mayonesa, catsup, mostaza, mayonesa y catsup, mayonesa y mostaza, catsup y mostaza, mayonesa y catsup y mostaza. Respuesta: 252.

**Solución Problema 9.** El número 14 es divisible únicamente por 2 y 7. Antes de 14, los números 2, 3, 5, 7, 11 y 13 son primos. De los compuestos 4, 6, 8, 9, 10 y 12, vemos que 6, 9 y 12 son divisibles entre 3; 4, 8 y 12 son divisibles entre 4; y 10 es divisible entre 5. Respuesta: 14.

**Solución Problema 10.** Podría ser perrito y gatito ( $9 \times 6 = 54$ ), perrito y tortuga ( $9 \times 4 = 36$ ) o gatito y tortuga ( $6 \times 4 = 24$ ). En total, puede hacerlo de  $54 + 36 + 24 = 114$ . Respuesta: 114.

**Solución Problema 11.** En 35 días, Mónica ha desayunado cada alimento distinto con cada persona. Si hacemos la tabla completa podemos darnos cuenta que no falta tanto tiempo: dentro de 1 día desayuna frutita con Daniela y la siguiente vez, dentro de 8 días, desayuna chilaquiles con Daniela. Respuesta: 8.

**Solución Problema 12.** Como es par y múltiplo de 5, debe terminar en 0. Tenemos que es de la forma  $a0a0$ . Las opciones en el rango son 2020 y 3030. Como no es múltiplo de 3, la respuesta es 2020. Respuesta: 2020.

**Solución Problema 13.** La cadena que se repite es de 11 dígitos de longitud. Además, tiene 11 maneras distintas de presentarse, según con cuál número empieza. Dividimos 2023 entre 121. Cabe 16 veces y sobran 87, es decir, 16 ciclos enteros y 87 más. Observamos que si fueran 88 más, alcanzaría a dar el periodo cuando empieza con 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8. El periodo que empieza con 8 va 8, 9, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Por lo tanto, el último dígito que escribió fue el 6. Respuesta: 6.

**Solución Problema 14.** Veamos que 12 es divisible entre cada uno de 3, 4 y 6, así que podríamos tener tres casos distintos. Caso 1: podría ser un triángulo a escala doble, de lados 6, 8 y 12. Caso 2: podría ser un triángulo a escala triple, de lados 9, 12 y 18. Caso 3: podría ser un triángulo a escala cuádruple, de lados 12, 16 y 24. Sumamos  $6 + 9 + 12 = 27$  Respuesta: 27.

**Solución Problema 15.** Calculamos todas las posibles combinaciones en cada caso y buscamos una coincidencia. Sabiendo que es la menor cantidad de monedas, no puede tener más monedas de 1 centavo de las que podría cambiar por una moneda más grande. En el primer caso, podría tener de 0 a 24 monedas de 1 centavo; en el segundo caso podría tener de 0 a 9 monedas de 10 centavos. La coincidencia se da en 1434 centavos que se puede obtener con 9 monedas de 1 centavo y 57 de 25 centavos, y con 4 monedas de 1 centavo y 143 de 10 centavos. Respuesta: 1434.

## Walabi 2

**Solución Problema 1.** Ver solución de Koala 2, Problema 10.

**Solución Problema 2.** Ver solución de Koala 2, Problema 11.

**Solución Problema 3.** Ver solución de Koala 2, Problema 12.

**Solución Problema 4.** Ver solución de Koala 2, Problema 13.

**Solución Problema 5.** Ver solución de Koala 2, Problema 14.

**Solución Problema 6.** Ver solución de Koala 2, Problema 15.

**Solución Problema 7.** La diferencia entre 2 paquetes y 3 paquetes son 12 galletas extra que sobraron. Quiere decir que de cada paquete sobran 12. Sin embargo, resulta que de dos paquetes sobra nada más una, es decir, 24 deja residuo 1 al dividir entre la cantidad de perritos. Como además la cantidad de perritos es mayor a 13, la respuesta es 23. Respuesta: 23.

**Solución Problema 8.** Vamos a contar primero cuando el dígito que se borró era distinto a los dos que tiene alrededor. Para el caso  $a2023$  hay 8 opciones, porque  $a$  no puede ser 0 ni 2. Para el caso  $2a023$  hay otras 8 opciones. Para el caso  $20a23$  hay otras 8 opciones. Para el caso  $202a3$  hay otras 8 opciones. Para el caso  $2023a$  hay 9 opciones. Llevamos  $8 + 8 + 8 + 8 + 9 = 49$ . Ahora falta contar los casos donde el que se borró era igual a uno de los vecinos: 22023, 20023, 20223, 20233. En total son  $49 + 4 = 53$  números. Respuesta: 53.

**Solución Problema 9.** Afortunadamente para nosotros que queremos resolver el problema, las rutinas de Jay y Tay se alinean perfectamente en un día de 24 horas. Podemos simplemente hacer una tabla de su día a día y comparar.



	Jay	Tay
00	Siesta	Paseo
01	Siesta	Paseo
02	Siesta	Paseo
03	Siesta	Paseo
04	Siesta	Paseo
05	Siesta	Paseo
06	Paseo	Paseo
07	Paseo	Siesta
08	Siesta	Siesta
09	Siesta	Siesta
10	Siesta	Siesta
11	Siesta	Siesta
12	Siesta	Paseo
13	Siesta	Paseo
14	Paseo	Paseo
15	Paseo	Paseo
16	Siesta	Paseo
17	Siesta	Paseo
18	Siesta	Paseo
19	Siesta	Siesta
20	Siesta	Siesta
21	Siesta	Siesta
22	Paseo	Siesta
23	Paseo	Siesta

Descubrimos que están en casa al mismo tiempo durante 7 horas; a lo largo de una semana, serían 49 horas. Respuesta: 49.

**Solución Problema 10.** Si sumamos todas las ecuaciones, obtenemos

$$2(a_1 + a_2 + \cdots + a_{15}) = 1 + 2 + \cdots + 15 = 120.$$

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} = 60.$$

Ahora, si sumamos una ecuación sí y una no, obtenemos

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{14} = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49.$$

Si restamos las dos expresiones, obtenemos que  $a_{15} = 60 - 49 = 11$ . Respuesta: 11.

**Solución Problema 11.** Si sumamos las quince ecuaciones, obtenemos que  $2(a_1 + a_2 + \cdots + a_{15}) = 120$ , de donde  $a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} = 60$ . Ahora, si sumamos una ecuación sí y una no, obtenemos que  $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{14} = 1 + 3 + \cdots + 13 = 49$ . Por lo tanto,  $a_{15} = 11$ . Respuesta: 11.

**Solución Problema 12.** Hacemos un par de Pitágoras para resolver el problema. Digamos que  $AM = MC = a$  y que  $CN = NB = b$ . Tenemos entonces que  $4a^2 + b^2 = 19^2$  y que  $a^2 + 4b^2 = 22^2$ . Si sumamos ambas expresiones, obtenemos  $5a^2 + 5b^2 = 845$ , de donde  $4a^2 + 4b^2 = 676 = 26^2$ . Respuesta: 26.

**Solución Problema 13.** Debe haber varios criterios que deben cumplir los números, pero podemos encontrar uno sencillo: después de realizar este procedimiento, el resultado debe ser múltiplo de 11. Si el número original es  $abcd$  y el nuevo número es  $bcda$ , podemos expresar la suma como  $1000a + 100b + 10c + d + 1000b + 100c + 10d + a = 1001a + 1100b + 110c + 11d$ . Como cada coeficiente, incluyendo 1001 es múltiplo de 11, entonces todo el número debe ser múltiplo de 11 también. Usando el criterio de divisibilidad del 11, es fácil convencernos de que el único múltiplo de 11 en la lista es el número de Choco, por lo que todos los demás números deben estar mal.

Si hacemos el proceso con 1000,1001,1002,1003:

$$1000 + 0001 = 1001$$

$$1001 + 0011 = 1012$$

$$1002 + 0021 = 1023$$

$$\vdots$$

$$1009 + 0091 = 1100$$

$$1010 + 0101 = 1111$$

$$\vdots$$

$$9998 + 9989 = 19987$$

$$9999 + 9999 = 19998$$

Notamos que al sumar 1 al dígito de las unidades del número original estamos sumando 1 al dígito de las decenas del número al cambiar los dígitos. Al sumar estos dos números estamos sumando en total 1 en las decenas y 1 en las unidades, es decir, estamos sumando 11 al resultado final respecto al resultado del número anterior. Vemos que 1001 es múltiplo de 11. ( $1001 = 11 \cdot 13 \cdot 7$ )

Al ir sumando de 11 en 11 a un múltiplo de 11 siempre obtendremos un múltiplo de 11. Es decir, todos los números que podrían obtener las estudiantes de Chachicha son múltiplos de 11. Además:

$$8612 = 782 \cdot 11 + 10$$

$$4322 = 392 \cdot 11 + 10$$

$$9867 = 897 \cdot 11$$

$$13859 = 1259 \cdot 11 + 10$$

Por lo que solo Choco obtuvo un múltiplo de 11 y las demás tienen un resultado que no se podía obtener realizando las operaciones correctamente.

**Solución Problema 14.** Podemos hacer la lista de uno por uno. Sabemos que los primeros números son 1, 2, 3, 4, 5. La observación principal es darnos cuenta que no es necesario hacer el producto entero de todos los números en la lista y luego hacer una división muy grande; basta con revisar si los factores del siguiente número están o no entre los factores de los números de la lista. Continuamos con los números después del 6.

Dice 7 que es primo.

Se salta el 8 que es  $2 \cdot 4$  entonces divide a  $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7$

Dice 9 porque  $840 = 3 \cdot 280$  y 280 no es divisible entre 3. Se salta el  $10 = 2 \cdot 5$  que divide a  $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9$

Dice 11 que es primo.

Se salta el  $12 = 3 \cdot 4$  que divide a  $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11$

Dice 13 que es primo.

Se salta el  $14 = 2 \cdot 7$  que divide a  $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13$

Se salta el  $15 = 3 \cdot 5$  que divide a  $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13$

Dice  $16 = 2 \cdot 4 \cdot 2$  porque

$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 = (2 \cdot 4)(3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13)$$

y 2 no divide a  $(3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13)$

Dice 17 que es primo.

Se salta el  $18 = 2 \cdot 9$  que divide a  $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 17$

Dice 19 que es primo.

Se salta el  $20 = 4 \cdot 5$  que divide a  $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 19$

Se salta el  $21 = 3 \cdot 7$  que divide a  $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 19$

Se salta el  $22 = 2 \cdot 11$  que divide a  $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 19$

Dice 23 que es primo.

Se salta el  $24 = 2 \cdot 3 \cdot 4$  que divide a  $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23$

Dice  $25 = 5 \cdot 5$  porque

$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 = (5)(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23)$$

y 5 no divide a  $(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23)$

Y así continuamos el conteo:

Se salta el  $26 = 2 \cdot 13$ .

Se salta el  $27 = 3 \cdot 9$ .

Se salta el  $28 = 4 \cdot 7$ .

Dice 29 que es primo.

Se salta el  $30 = 5 \cdot 6$ .

Dice 31 que es primo.

Se salta el  $32 = 2 \cdot 16$ .

Se salta el  $33 = 3 \cdot 11$ .

Se salta el  $34 = 2 \cdot 17$ .

Se salta el  $35 = 5 \cdot 7$ .

Se salta el  $36 = 4 \cdot 9$ .

Dice 37 que es primo.

Se salta el  $38 = 2 \cdot 19$ .

Se salta el  $39 = 3 \cdot 13$ .

Se salta el  $40 = 2 \cdot 4 \cdot 5$ .

Dice 41 que es primo.

Se salta el  $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ .

Dice 43 que es primo.

Se salta el  $44 = 4 \cdot 11$ .

Se salta el  $45 = 5 \cdot 9$ .

Se salta el  $46 = 2 \cdot 23$ .

Dice 47 que es primo.

Podemos ver que además del 1, los demás son números primos o números compuestos que son una potencia suficientemente grande de un primo (por ejemplo 4 y 16 aparecen en la lista pero 8 y 32 no). La lista con 20 números es

$$1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 16, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 37, 41, 43, 47.$$

Nuestro resultado es el 47.

**Solución Problema 15.** Usaremos los lados del cuadrado  $AB = BC = DC = AD$ .

Notemos que  $\triangle MCN$  es un triángulo rectángulo. Entonces sus ángulos  $\angle NMC$  y  $\angle CNM$  son complementarios. El ángulo llano  $\angle CNB$  está dividido en el ángulo recto  $\angle MNP$  y dos ángulos complementarios  $\angle PNB$  y  $\angle CNM$ . Esto hace que  $\angle NMC$  y  $\angle PNB$  sean iguales.  $\triangle MCN$  y  $\triangle NBP$  son triángulos rectángulos con un ángulo igual a  $\angle NMC$ , por lo que por el criterio de semejanza AA son triángulos semejantes.

Podemos hacer lo mismo para  $\triangle ADM$  y  $\triangle MCN$ , entonces  $\triangle ADM$  y  $\triangle MCN$  son semejantes.

Como  $M$  es punto medio de  $DC$  la razón de semejanza de  $\triangle ADM$  y  $\triangle MCN$  es de  $\frac{1}{2}$ .  
Luego  $CN = \frac{1}{2}MD = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}DC) = \frac{1}{4}DC$ .

Por lados del cuadrado  $\frac{1}{4}DC = \frac{1}{4}BC$  y  $CN = \frac{1}{4}BC$ . Así que para completar  $BC$ ,  $NB = \frac{3}{4}BC$

La razón de semejanza de  $\triangle MCN$  y  $\triangle NBP$  es  $\frac{MC}{NB}$

$$\begin{aligned}\frac{MC}{NB} &= \frac{\frac{1}{2}DC}{\frac{3}{4}BC} \\ &= \frac{\frac{2}{4}DC}{\frac{3}{4}BC}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2DC}{3BC} \\
&= \frac{2DC}{3DC} \\
&= \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

Luego la razón de la semejanza  $\frac{2}{3} = \frac{CN}{BP}$  tenemos que  $\frac{2BP}{3} = CN$  y como  $CN = \frac{1}{4}BC$  entonces  $\frac{2BP}{3} = \frac{1}{4}BC$ .

Por lo que  $BP = \frac{3}{8}BC$ .

Dado que  $AP$  completa el lado  $AB$ ,  $AP = \frac{5}{8}BC$ .

El valor que buscamos es

$$\frac{AP}{PB} = \frac{\frac{5}{8}BC}{\frac{3}{8}BC} = \frac{5}{3}$$

## Canguro 2

**Solución Problema 1.** Ver solución de Walabi 2, Problema 7.

**Solución Problema 2.** Ver solución de Walabi 2, Problema 8.

**Solución Problema 3.** Ver solución de Walabi 2, Problema 9.

**Solución Problema 4.** Ver solución de Walabi 2, Problema 10.

**Solución Problema 5.** Ver solución de Walabi 2, Problema 11.

**Solución Problema 6.** Ver solución de Walabi 2, Problema 12.

**Solución Problema 7.** Este tiene que ser un resultado bastante trillado, pero basta con observar que  $p, p + 10$  y  $p + 14$  todos tienen distinto residuo al dividir entre 3. Es decir, uno de ellos debe ser múltiplo de 3. Como son primos y  $p + 10, p + 14 > 3$ , entonces  $p = 3, p + 10 = 13, p + 14 = 17$ . Respuesta: 3.

**Solución Problema 8.** Como debe colocar una y solo una ficha en cada fila y en cada columna, debe haber una ficha en cada decena posible y una ficha en cada unidad posible. Por lo tanto, la suma siempre es equivalente a  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90 = 495$ . Sin embargo, la ficha que de hecho caiga en una decena (10, 20, 30, etcétera) agrega 10 a la cuenta. Por lo tanto, la respuesta es  $495 + 10505$ . Respuesta: 505.

**Solución Problema 9.** Los factores primos de 2023 son 7, 17, 17. Como 17 tiene más de un dígito, no pueden existir números que cumplan lo deseado. Respuesta: 0.

**Solución Problema 10.** Separamos en tres casos: si hay 1, 2 o 3 secantes en la circunferencia. Si hay una secante, simplemente debemos elegir dos puntos; esto se puede de 15 maneras. Si hay tres secantes, podemos hacer de dos formas básicas, 5 maneras en total. Si hay dos secantes, podemos contar todas las combinaciones posibles y obtenemos 20 maneras. Respuesta: 48.

**Solución Problema 11.** Veamos que  $13! + 14! + 15! = 13!(1 + 14 + 14(15)) = 13!(225)$ . Considerando que  $225 = 15^2$ , calculamos la descomposición en primos del resultado y obtenemos  $2^{10} \times 3^7 \times 5^4 \times 7 \times 11 \times 13$ . La cantidad de divisores es  $(11)(8)(5)(2)(2)(2) = 3520$ . Respuesta: 3520.

**Solución Problema 12.** Podemos marcar los segmentos sobre los lados como  $x$  y  $2x$ . Con esto calculamos que el área total del cuadrado es  $9x^2$ . Para el cuadrilátero  $GEHF$  procedemos por complemento. Los triángulos  $AED$  y  $BFC$  tienen  $3x^2$  de área cada uno, pues tienen base  $2x$  y altura  $3x$ . Usando una semejanza, podemos encontrar que los triángulos  $EHB$  y  $DGF$  tienen  $x^2/2$  de área cada uno. Si sumamos todo, obtenemos  $7/9x^2$  que no deseamos. Respuesta:  $2/9$

**Solución Problema 13.** La pista *no puede saber cuántos meses hay en el año* es por supuesto fundamental. Quiere decir que la cantidad de días que hay podría ser el resultado de algunos meses de distintas maneras.

Como hay al menos un mes de cada tipo, debe haber al menos  $35 + 36 + 42 = 113$  días. Observa que si solo hubiera 113 días, entonces Chocoreta sí sería capaz de saber cuántos meses hay en el año: 3 meses.

Los demás días deben ser múltiplos de al menos dos de los números 35, 36 o 42. Vamos a considerar los casos.

- El número es múltiplo de 35 y 36. El mínimo común múltiplo sería 1260. (Chocoreta no sabría si son 35 meses de 36 días o 36 meses de 35 días.) El total sería 1373 días en el año.
- El número es múltiplo de 35 y 42. El mínimo común múltiplo sería 210. (Chocoreta no sabría si son 5 meses de 42 días o 6 meses de 35 días.) El total sería 323 días en el año.
- El número es múltiplo de 36 y 42. El mínimo común múltiplo sería 252. (Chocoreta no sabría si son 7 meses de 36 días o 6 meses de 42 días.) El total sería 365 días en el año.
- El número es múltiplo de 35, 36 y 42. El mínimo común múltiplo sería 1260 que, como ya vimos, es mucho mayor.

Concluimos que la menor cantidad posible de días en un año que confunde a la astronauta Chocoreta y que tiene al menos un mes de cada tipo debe ser 323 días.

**Solución Problema 14.** Ver solución de Walabi 2, Problema 15.

**Solución Problema 15.** La fórmula general para el  $n$ -ésimo término de la sucesión es

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} = n^2,$$

es decir,

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^3.$$

Sabemos entonces que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{2023} = 2023^3$$

y que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{2022} = 2022^3.$$

Si restamos ambas ecuaciones obtenemos

$$a_{2023} = 2023^3 - 2022^3 = 12'271,519.$$

En realidad solo queremos los últimos tres dígitos: 519.

## Uombat 2

**Solución Problema 1.** Ver solución de Canguro 2, Problema 6.

**Solución Problema 2.** Ver solución de Canguro 2, Problema 7.

**Solución Problema 3.** Ver solución de Canguro 2, Problema 8.

**Solución Problema 4.** Ver solución de Canguro 2, Problema 9.

**Solución Problema 5.** Ver solución de Canguro 2, Problema 10.

**Solución Problema 6.** Ver solución de Canguro 2, Problema 11.

**Solución Problema 7.** Ver solución de Canguro 2, Problema 12.

**Solución Problema 8.** Como 35 es divisor, también 1, 5, 7 son divisores. Debemos encontrar dos divisores más, ambos menores que 35. Cualquier divisor compuesto implicaría divisores primos menores, así que vamos a concentrarnos en los divisores primos. Si tuviéramos un divisor primo entre 1 y 5, como 2 o 3, esto agrega más divisores de los que necesitamos: en el caso de 2, tendríamos 1, 2, 5, 7, 10, 14, todos menores que 35; en el caso de 3, tendríamos 1, 3, 5, 7, 15, 21. Como no hay primos entre 5 y 7, los divisores primos deben ser mayores a 7. Los dos divisores menores son 11 y 13, en donde el número sería divisible entre al menos 5, 7, 11, 13. El otro caso posible es agregar un primo y una potencia de un primo que ya tenemos; lo menor posible sería agregar 11 y 25, los seis divisores serían 1, 5, 7, 11, 25, 35 y el número sería 1925, que se menor. Respuesta: 1925.

**Solución Problema 9.** Como  $2023 = nk + 3$ , entonces  $2020 = nk$  es un múltiplo de  $n$ . Sabemos que 2020 tiene 12 divisores, pero 1 y 2 son menores que 3 así que no sirven en este caso. Sumamos los restantes que son 4, 5, 10, 20, 101, 202, 404, 505, 1010, 2020. Respuesta: 4281.

**Solución Problema 10.** Si ambos dígitos fueran impares, el número sería impar pero la suma sería par, que no podría dividirlo. Luego, uno de los dígitos es par, es decir, 2. Como el número es impar, las opciones son 23, 25, 27. Únicamente 27 es divisible entre la suma de sus dígitos. Respuesta: 27.

**Solución Problema 11.** Observamos el ciclo de potencias de 3 y 4 módulo 5. En el caso de 3, obtenemos 3, 4, 2, 1; en el caso de 4 obtenemos 4, 1. Su suma es congruente a 0 cuando coincide  $4 + 1$ , que ocurre en los números de la forma  $4k + 2$ . El menor número de tres dígitos de esta forma es 102. Respuesta: 102.

**Solución Problema 12.** Nuevamente, poquito trillado. Como los trenes avanzan en direcciones opuestas, recorren la suma de sus velocidades en cada hora. Es decir, cada hora recorren 200 km. Respuesta: 200.

**Solución Problema 13.** Ver solución de Canguro 2, Problema 13.

**Solución Problema 14.** Ver solución de Canguro 2, Problema 14.

**Solución Problema 15.** Ver solución de Canguro 2, Problema 15.





El Centro de Alto Rendimiento en Matemáticas fue fundado en 2011 en San Luis Potosí, México. Desde entonces, nos hemos dedicado a la preparación de estudiantes, profesores y familias para distintos concursos de matemáticas, principalmente aquellos que caen bajo el paraguas de Olimpiada de Matemáticas. Hemos tenido la oportunidad de trabajar con cientos de estudiantes muy talentosos, dentro y fuera de la Olimpiada, en todo México y partes de América Latina.

En CARMA estamos comprometidos con la educación matemática, con proporcionar un espacio accesible y seguro donde todos, todas y todes puedan continuar su preparación olímpica permanente, dar sus primeros y segundos pasos en concursos, o acercarse a las matemáticas desde una perspectiva lúdica y un aprendizaje basado en problemas.

Para más información sobre CARMA: Centro de Alto Rendimiento en Matemáticas, te presentamos los siguientes enlaces:

- Cursos en <https://cursos.carmaenlinea.com/>
- Concursos en <https://concursos.carmaenlinea.com/>.  
Anualmente organizamos Olimpiada Femenil (febrero-marzo), Olimpiada Virtual de Matemáticas (agosto) y Olimpiada de Otoño (septiembre-octubre).
- Nuestra página de Facebook en <http://fb.com/carmatematicas>
- Nuestro canal de YouTube en <https://youtube.com/carma2011>
- El canal de YouTube de ugesaurio en <https://www.youtube.com/ugesaurio>



