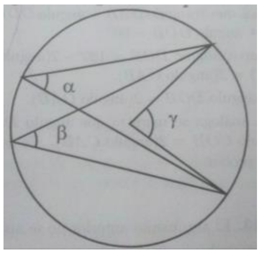
**Elaborado por: Gustavo Meza García**

# Geometría

## Cuadriláteros cíclicos

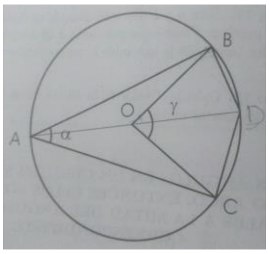
El día de hoy verán el eje central de los problemas de Geometría, los cuadriláteros cíclicos.




**Teorema:** Si dos ángulos en un círculo subtienden el mismo arco, entonces ellos son iguales e iguales a la mitad del ángulo central correspondiente.

Esta afirmación se afirma en la figura de la derecha y nos dice que:

Ángulo α= Ángulo β = ½ Ángulo γ




**Problema (Demostración guiada):**

1) Demuestra que $\measuredangle OAB = \measuredangle ABO$
2) Demuestra que $\measuredangle DOB = 2\measuredangle DAB$
3) Demuestra que $\measuredangle CAB = 2\measuredangle COB$

**Ejercicio:** Sean A, B, C tres puntos en una circunferencia de forma que AC es diámetro, obtenga la medida del $\measuredangle ABC$. (Este es otro teorema de Tales)

**Definición:** Sean A, B, C, D cuatro puntos en una circunferencia, el cuadrilátero ABCD es un *cuadrilátero cíclico.*

**Problema:** Sea ABCD un cuadrilátero cíclico

1. Demuestra que $\measuredangle ABC + \measuredangle CDA = 180°$
2. Demuestra que $\measuredangle ABD = \measuredangle ACD$

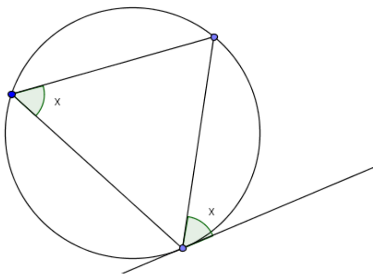
**Nota:** En realidad las siguientes tres proposiciones son equivalentes, es decir, para un cuadrilátero todas son ciertas o todas falsas, vienen en paquete.

1. ABCD es un cuadrilátero cíclico.
2. $\measuredangle ABC + \measuredangle CDA = 180°$
3. $\measuredangle ABD = \measuredangle ACD$

**Ejercicio:** Un cuadrilátero ABCD es tal que $\measuredangle DAB = 90°$ y $\measuredangle BCD = 90°$, demuestra que ABCD es cíclico y que BD es diámetro.

**Teorema:** Dos arcos iguales en una circunferencia subtienden ángulos iguales.

**Teorema:** Un ángulo inscrito en una circunferencia es igual a un ángulo semiinscrito que subtiende al mismo arco, esto se ejemplifica en la siguiente figura.

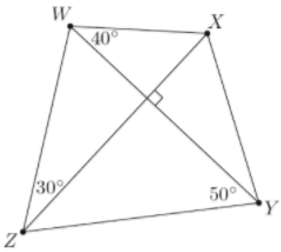


**TALLER DE ENTRENAMIENTO PARA FINAL**
**Sábado 24 de junio**

**Elaborado por: Gustavo Meza García**

# Problemas

1. Un trapecio es cíclico, ¿Qué clase de trapecio es?
2. Un paralelogramo es cíclico, ¿Qué clase de paralelogramo es?
3. Sea ABCD un cuadrilátero cíclico, sea E un punto en la extensión de AB, prueba que $\measuredangle EBC = \measuredangle CDA$




4. Calcula todos los ángulos de la figura
5. Sea ABCD un rectángulo y P un punto en su interior de forma que $\measuredangle APD + \measuredangle BPC = 180°$, demuestra que $\measuredangle DAP = \measuredangle PCD$
6. Sea ABC un triángulo con alturas AD, BF y CG, hay 6 cuadriláteros cíclicos ocultos ¡Encuéntralos!
7. Sea ABCD un cuadrilátero cíclico, sus diagonales se intersectan en P, demuestra que $PA \bullet PC = PB \bullet PD$ (Hint: Semejanza)
8. Sea P un punto afuera del círculo $\omega$, Sea PC una tangente con C en $\omega$, una recta por P corta a $\omega$ en A y B. Demuestra que $PC^2 = PA \bullet PB$
9. Un cuadrilátero cíclico ABCD es tal que sus diagonales son perpendiculares, una recta perpendicular a un lado pasa por el punto donde se cortan las diagonales, demuestra que parte al otro lado en 2 partes iguales. (Teorema de Brahmagupta)
10. Sea ABC un triángulo. Sea P un punto en el interior del triángulo ABC, tal que el circuncírculo de BPC es tangente a AC, BP intersecta al circuncírculo de ABC en D, demuestra que AD es paralela a PC. (Examen final OMMAGS 2016)
11. Dos circunferencias $C_1$ y $C_2$ se cortan en A y B, la tangente a $C_2$ en A corta a $C_1$ en D, la tangente a $C_1$ en A corta a $C_2$ en G, DG corta a $C_1$ y a $C_2$ en F y E respectivamente. Demuestra que $\measuredangle DAG + \measuredangle EBF = 180°$