

Demostraciones

Al hacer una demostración lo que se hace es partir de unas condiciones iniciales y mediante argumentos garantizar que algo ocurre siempre.

Ejemplo Sea ABC un triángulo isósceles con $AB = AC$, demuestra que la bisectriz por A es también altura.

Respuesta Las condiciones iniciales son

1. Tenemos un triángulo ABC con $AB = AC$
2. La bisectriz por A corta BC en X.

Lo que queremos demostrar es que estas condiciones garantizan que

- AX y BC son perpendiculares

Demostración

3. Por 2 se sigue que $BAX = CAX$
4. Los triángulos BAX y CAX comparten el lado AX.
5. Por 1, 3 y 4 y el criterio LAL se sigue que los triángulos BAX y CAX son congruentes.
6. Por 5 se sigue que $AXB = AXC$.
7. B, X, C son colineales.
8. Por 7 se sigue que $AXB + AXC = 180^\circ$
9. Por 6 y 8 se sigue que $AXB = 90^\circ$ (Que era lo que queríamos demostrar)

Ejercicio Sea ABC un triángulo isósceles con $AB = AC$, demuestra que la altura por A es también bisectriz.

Observación Los dos ejercicios anteriores están muy relacionados, uno parte de una bisectriz y concluye que es altura, el otro parte de una altura y concluye que es bisectriz. Estos dos problemas, pueden escribirse como uno solo, de la siguiente forma.

Sea ABC un triángulo isósceles con $AB = AC$, sea X un punto en BC, demuestra que AX es bisectriz **si y sólo si** AX es altura.

El **si y sólo si** (En símbolos \Leftrightarrow) significa que ambas condiciones son equivalentes, ambas son verdad o ambas falsas, vienen en paquete. Para nosotros, es el indicador de que en realidad no es un problema sino 2, uno partiendo del lado izquierdo y concluyendo el lado derecho (Conocido como la ida, \Rightarrow) y el otro partiendo del lado derecho y concluyendo el lado izquierdo (Conocido como el regreso, \Leftarrow).

1. Sea ω una circunferencia con centro O, M es un punto en la cuerda AB. Demuestra que OM es perpendicular a AB si y sólo si M es el punto medio de AB.
2. Sea ω una circunferencia con centro O, sea Q un punto sobre ω , sea P es un punto fuera de ω , se traza una recta por P que corta a ω en A y B, demuestra que $PQ^2 = PA \cdot PB$ si y sólo si PQ es tangente a ω .
3. El otro día Flavio y Toño fueron a comer gorditas, entonces Flavio dijo "Me gustan las gorditas de chicharrón". A lo que Toño respondió "No es cierto porque el otro día que comiste gorditas de mole dijiste que te habían gustado". ¿Es válido el argumento de Toño?

TALLER DE ENTRENAMIENTO PARA FINAL

Jueves 13 de julio

Elaborado por: Gustavo Meza García

4. El otro día Flavio y Toño fueron a comer gorditas, entonces Flavio dijo “Me gustan solamente las gorditas de chicharrón”. A lo que Toño respondió “No es cierto porque el otro día que comiste una gordita de chicharrón dijiste que no te había gustado”. ¿Es válido el argumento de Toño?
5. El otro día Flavio y Toño fueron a comer gorditas, entonces Flavio dijo “Me gustan las gorditas de chicharrón”. A lo que Toño respondió “No es cierto porque el otro día que comiste una gordita de chicharrón dijiste que no te había gustado”. ¿Es válido el argumento de Toño?
6. El otro día Flavio y Toño fueron a comer gorditas, entonces Flavio dijo “Me gustan solamente las gorditas de chicharrón”. A lo que Toño respondió “No es cierto porque el otro día que comiste una gordita de mole dijiste que te gustó”. ¿Es válido el argumento de Toño?

Definición Una conjetura es algo que no sabemos si es verdad o no, pero se tiene el presentimiento de que es verdad.

7. La conjetura de Goldbach dice que todo número par mayor que 2 se puede escribir como suma de dos primos. ¿Qué tendría que pasar para que la conjetura fuera falsa?
8. Flavio tiene la conjetura de que existe una persona más inteligente que él ¿Qué tendría que pasar para que la conjetura fuera falsa?
9. Flavio tiene la conjetura de que en todos los años hay un día de junio que no está soleado ¿Qué tendría que pasar para que la conjetura fuera falsa?
10. Se tienen unas tarjetas con números de un lado y letras del otro. Se tiene la siguiente regla “Detrás de una vocal hay un número par”. Hay cuatro tarjetas enfrente de ti, boca arriba se ve “A 2 B 3”. ¿Cuáles tarjetas debes voltear para asegurar que la regla se cumple?
11. ¿Cómo se comparan las biyecciones y el sí y sólo si?