



Examen por equipos

Problema 1

Encuentra todos los conjuntos finitos y no vacíos S de enteros positivos que satisfacen la siguiente propiedad:

para toda pareja de números $i, j \in S$ no necesariamente distintos, se cumple que

$$\frac{i+j}{\text{mcd}(i,j)} \in S.$$

Problema 2

Sea $\triangle ABC$ un triángulo isósceles tal que $AB = BC$. Sea P un punto que cumple que

$$\angle ABP = 80^\circ, \angle CBP = 20^\circ \text{ y } AC = BP.$$

Halla todos los posible valores de $\angle BCP$.

Problema 3

Considera un conjunto S de 16 puntos del plano, todos ellos con coordenadas enteras. Los 16 puntos de S se dividen en 8 parejas de tal forma que

para cualquier punto A y cualquiera de los 7 pares de puntos (B, C) en donde no está A , se cumple que A está a distancia a lo más $\sqrt{5}$ del punto B o del punto C .

Demuestra que cualesquiera 2 puntos el conjunto S están a distancia a lo más $3\sqrt{5}$.

¡Les deseamos mucho éxito!

Tiempo de trabajo individual y preguntas: 45 minutos

Tiempo de discusión: 3 horas

Tiempo de redacción: 45 minutos

Tiempo total de examen: 4 horas y media