

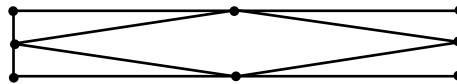
## Nivel 1, día 1

### Problema 1

Gabriela encontró una enciclopedia de 2023 páginas, numeradas del 1 al 2023. Notó que las páginas cuyo número está formado únicamente por dígitos pares tienen una marca azul. También notó que cada tres páginas hay una marca roja, y que la primera marca roja está en la página 2. ¿Cuántas páginas de la enciclopedia están marcadas con ambos colores?

### Problema 2

Matilda dibuja 12 cuadriláteros. El primer cuadrilátero que dibuja es un rectángulo de lados enteros y 7 veces más ancho que alto. Cada vez que termina de dibujar un cuadrilátero, une los puntos medios de cada pareja de lados consecutivos con segmentos de recta para así obtener el siguiente cuadrilátero. Se sabe que el último cuadrilátero que dibuja Matilda es el primero en tener área menor que 1. ¿Cuál es el área máxima posible del primer cuadrilátero?



*Nota:* La figura de arriba ilustra cómo se verían los primeros dos cuadriláteros que dibuja Matilda.

### Problema 3

Un país llamado Máxico tiene dos islas, la isla Mayor y la isla Menor. La isla Mayor está compuesta por  $k > 3$  estados, con exactamente  $n > 3$  ciudades cada uno, de manera que tiene  $kn$  ciudades en total. La isla Menor tiene sólo un estado, el cual tiene 31 ciudades. Dos aerolíneas de alto renombre, *Aeropapantla* y *Aerocenzontle*, ofrecen vuelos alrededor de Máxico. *Aeropapantla* ofrece vuelos directos desde cualquier ciudad hasta cualquier otra ciudad de Máxico. *Aerocenzontle* sólo ofrece vuelos directos desde cualquier ciudad de la isla Mayor hasta cualquier otra ciudad de la isla Mayor.

Cada aerolínea calcula qué porcentaje de sus propios vuelos directos conectan dos ciudades que se encuentran en el mismo estado. Así, se calcularon dos porcentajes en total, uno por cada aerolínea. Si sabemos que ambas aerolíneas obtuvieron el mismo porcentaje, ¿cuál es el menor número de ciudades que puede haber en la isla Mayor?

*¡Te deseamos mucho éxito!*

*Tiempo de examen: 4 horas y media*

*Tiempo de preguntas: 1 hora*



## Nivel 1, día 2

### Problema 5

Mía tiene 2 palitos verdes de  $3\text{cm}$  cada uno, 2 palitos azules de  $4\text{cm}$  cada uno y 2 palitos rojos de  $5\text{cm}$  cada uno. Mía quiere formar un triángulo utilizando los 6 palitos como su perímetro, todos a la vez y sin encimarlos, doblarlos, o romperlos. ¿Cuántos triángulos no congruentes puede formar?

*Nota:* Dos triángulos son congruentes si sus lados correspondientes tienen las mismas medidas. No importa el orden en que los palitos se usen para formar los lados, sólo la medida de los lados formados.

### Problema 6

Alka encuentra escrito en un pizarrón un número  $n$  que termina en 5. Realiza una secuencia de operaciones con el número en el pizarrón. En cada paso, decide realizar una de las dos operaciones siguientes:

1. Borrar el número escrito  $m$  y escribir su cubo  $m^3$ .
2. Borrar el número escrito  $m$  y escribir el producto  $2023m$ .

Alka realiza cada operación un número par de veces en algún orden y al menos una vez, y obtiene finalmente el número  $r$ . Si la cifra de las decenas de  $r$  es un número impar, encuentra todos los valores posibles que la cifra de las decenas de  $n^3$  pudo haber tenido.

### Problema 7

Supongamos que  $a$  y  $b$  son números reales tales que  $0 < a < b < 1$ . Sean

$$x = \frac{1}{\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{b+a}}, \quad y = \frac{1}{b-a} - \frac{1}{b} \quad \text{y} \quad z = \frac{1}{\sqrt{b-a}} - \frac{1}{\sqrt{b}}.$$

Muestra que  $x$ ,  $y$  y  $z$  quedan siempre ordenados de menor a mayor de la misma manera, independientemente de la elección de  $a$  y  $b$ . Encuentra dicho orden entre  $x$ ,  $y$  y  $z$ .

*¡Te deseamos mucho éxito!*

*Tiempo de examen: 4 horas y media*

*Tiempo de preguntas: 1 hora*