

Examen individual

Nivel 2

Instrucciones: EL examen consta de dos partes. La parte A consta de 12 problemas con un valor de 5 puntos cada uno. En estos problemas sólo se toma en cuenta la respuesta final, que debe ser claramente escrita en el espacio correspondiente a cada problema, no se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas. Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 5 puntos sólo si todas las respuestas correctas están escritas y sólo ellas. La parte B consta de 3 problemas de redacción libre y con un valor de 20 puntos cada uno. En estos problemas es posible acumular puntos parciales. Las figuras mostradas podrían no estar a escala. No está permitido el uso de calculadoras, transportadores y aparatos electrónicos. La duración del examen es de **2 horas**.

PARTE A

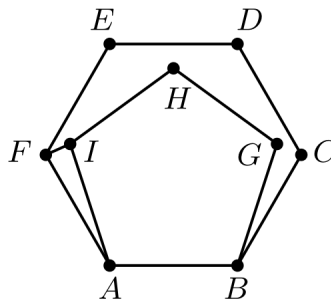
Problema 1. Víctor y Vicky compraron un pastel y se lo comieron de la siguiente manera: Una mañana Víctor se comió la mitad del pastel, por la noche Vicky se comió la mitad del pastel que quedaba. Este proceso siguió de la misma manera durante 4 días, comiendo cada uno la mitad del pastel que encontraban. En la mañana del quinto día, Víctor se comió lo que quedaba del pastel. ¿Qué proporción del pastel comió Víctor en los 5 días?

R:

Problema 2. Dada la lista de números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 una *sublista* se forma tomando al menos un número de la lista y ordenados de menor a mayor, por ejemplo 1, 2, 8 es una *sublista*. Encuentra la cantidad de *sublistas* en las que ninguno de los números 2, 3, 5 o 7 aparecen.

R:

Problema 3. En la siguiente figura, $ABCDEF$ es un hexágono regular y $ABGHI$ es un pentágono regular. ¿Cuál es la medida, en grados, del ángulo $\angle IFE$?



R:

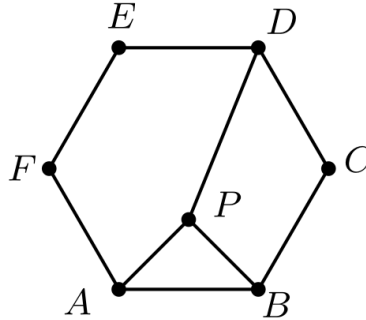
Problema 4. ¿Cuántos enteros de 2 dígitos existen tales que al multiplicarlos por 3 se obtiene un número de 3 dígitos, todos ellos iguales?

R:

Problema 5. Si se lanzan 3 dados, calcula la probabilidad de que el producto de los números que quedaron boca arriba tenga exactamente dos divisores positivos.

R:

Problema 6. Sea $ABCDEF$ un hexágono regular de lado 2 cm. Sea P un punto dentro del hexágono de tal manera que $\angle APB = 90^\circ$ y que $AP = PB$. Encuentra el valor, en cm^2 , de DP^2 .



R:

Problema 7. Al realizar la multiplicación $(x + 1)(x + 2)(x + 3) \cdots (x + 2017)$, ¿Cuál es el coeficiente de x^{2016} ?

R:

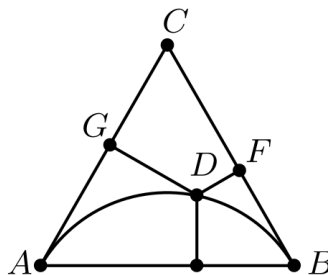
Problema 8. Encuentra la cantidad de enteros positivos de 5 dígitos distintos, tales que cada uno de sus tres dígitos intermedios es igual al promedio de sus dos dígitos adyacentes. Un ejemplo de estos números es 12345.

R:

Problema 9. Se escriben en fila los números naturales a partir del 50, excluyendo aquellos que tienen alguna cifra 3: 50515254555657585960616264... ¿Qué cifra queda en el lugar 2017?

R:

Problema 10. En la siguiente figura, D es un punto sobre el arco AB , los segmentos CA y CB son tangentes al arco en los puntos A y B , respectivamente, y los puntos E , F y G son los pies de las perpendiculares desde D a los lados AD , BC y CA , respectivamente. Si $DG = 9$ cm y $DF = 4$ cm, calcula, en cm, la longitud DE .



R:

Problema 11. Encuentra el máximo común divisor de 111444444 y 444111111.

R:

Problema 12. Encuentra todos los enteros positivos x , que cumplan la ecuación $x^3 - 2017x - 360 = 0$.

R:

PARTE B

Problema 13. Encuentra la suma de todos los números positivos primos relativos con 100 y que sean menores que 100.

Problema 14. Un entero positivo se dice balanceado si todos sus dígitos aparecen la misma cantidad de veces. Por ejemplo, 1234, 101022 y 777 son números balanceados. Encuentra la cantidad de números balanceados menores a 10^4 .

Problema 15. Sean $ABCD$ un cuadrado de lado $\sqrt{2}$ cm y E, F puntos tales que ACF y BDE son triángulos equiláteros. Encuentra la razón del área del cuadrilátero $DCFE$ entre el área del cuadrilátero $ABFE$.

