Olimpiada Mexicana de Matemáticas para Educación Básica

9 - 12 de junio del 2018

Prueba por Equipos
Nivel 2

Estado: ______________________________

Integrantes:

____

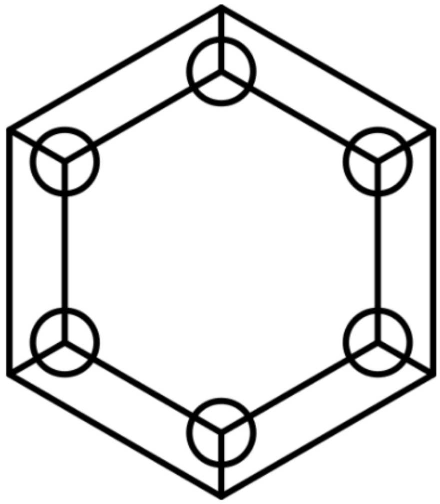
____

____

Instrucciones: Los problemas de la Prueba por Equipos están enlistados por orden de dificultad, pero cada uno vale lo mismo (40 puntos). Para los problemas 1, 3, 5 y 7 sólo se tomará en cuenta el resultado final, no se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas. Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 40 puntos sólo si todas las respuestas correctas están escritas y sólo ellas.

Los problemas 2, 4, 6 y 8 requieres una solución completa y se podrán otorgar puntos parciales. La duración del examen es de 70 minutos, que se distribuirán de la siguiente manera (i) Durante los primeros 10 minutos, todos los integrantes del equipo podrán discutir y distribuirse entre ellos los primeros 6 problemas, de manera que cada miembro del equipo resuelva al menos uno problema. En estos 10 minutos no se puede escribir. (ii) Durante los siguientes 35 minutos, cada participante trabajará individualmente en los problemas que se le asignaron, sin tener comunicación con los demás integrantes del equipo. (iii) Durante los últimos 25 minutos todos los miembros del equipo trabajarán en la solución de los últimos 2 problemas.

Problema 1. Se acomodan 7 de los números del 1 al 8 en las caras de la siguiente figura, de forma que para cada tres caras que se toquen en un mismo círculo la suma de los números en tales caras sea un múltiplo de 3. ¿Cuáles números podrían sobrar en estos tipos de acomodos?



R:

Problema 2. Encuentra el entero positivo más pequeño de seis dígitos, que cumpla que la suma de sus seis dígitos sea igual al producto de sus dígitos.

Problema 3. Encuentra todas las parejas de números reales (x, y) que cumplen las siguientes dos igualdades:

$$x^3 + y^3 = 1,$$
$$x^2 + y^2 = 1.$$

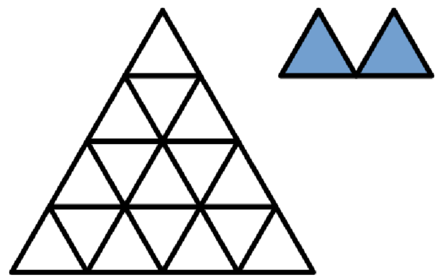
R:

Problema 4. Encuentra todas las parejas de enteros positivos (a, r) tales que el número $N = a^2 + (a + r)^2 + (a + 2r)^2 + (a + 3r)^2 + (a + 4r)^2$ tenga todos sus dígitos iguales.

Problema 5. Un triángulo ABC con vértices sobre una circunferencia de centro O tiene la siguiente propiedad: si O, C' son simétricos con respecto a C, se cumple que $\angle CC'A = \angle ABC$. Encuentra el valor (en grados) del ángulo $\angle ABC$.

R:

Problema 6. Se quiere acomodar 8 piezas como las de las derecha (las puedes rotar de ser necesario) de manera que se cubra toda la figura de la izquierda. ¿Cuántos acomodos diferentes se pueden hacer?



Problema 7. Los números creativos son números de 4 dígitos $abcd$ tales que los números de dos dígitos ab y cd son ambos pares. Además, la suma de sus dígitos es un número primo. Por ejemplo, 2018 es número creativo, ya que $ab = 20$ y $cd = 18$ son números pares de dos dígitos y la suma $2 + 0 + 1 + 8 = 11$ es un número primo. ¿Cuántos números creativos menores o iguales que 2018 hay?

R:

Problema 8. Sea $ABCD$ un cuadrilátero, como se indica en la figura. Muestra que si los cuatro triángulos ABC, BCD, CDA, DAB, tienen el mismo perímetro, entonces $ABCD$ es un rectángulo.