

IV Olimpiada Mexicana de Matemáticas
para Educación Básica

Virtual, octubre 16-17, 2020.

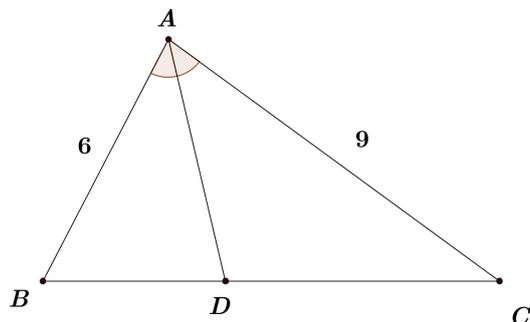
Prueba por Equipos

Nivel I

Estado: _____
Integrantes: _____

Instrucciones: Los problemas de la Prueba por Equipos están enlistados por orden de dificultad, pero cada uno vale lo mismo (40 puntos). Para los problemas 1, 3, 5, 7, solo se tomará en cuenta el resultado final y no se otorgarán puntos parciales, no se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas. Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 40 puntos solo si todas las respuestas correctas están escritas y solo ellas. Los problemas 2, 4, 6, 8, requieren una solución completa y se podrán otorgar puntos parciales. La duración del examen es 70 minutos, que se distribuirán de la siguiente manera: (i) Durante los primeros 10 minutos, todos los integrantes del equipo podrán discutir y distribuirse entre ellos los primeros 6 problemas, de manera que cada miembro del equipo resuelva al menos un problema. En estos 10 minutos no se puede escribir. (ii) Durante los siguientes 35 minutos, cada participante trabajará individualmente en los problemas que se le asignaron, sin tener comunicación con los demás integrantes del equipo. (iii) Durante los últimos 25 minutos todos los miembros del equipo trabajarán en la solución de los últimos dos problemas.

Problema 1. Sean ABC un triángulo con $AB = 6$, $AC = 9$ y D un punto del segmento BC tal que AD es bisectriz del ángulo $\angle A$. Si el área del triángulo ABD es igual a 8, ¿cuál es el área del triángulo ABC ?



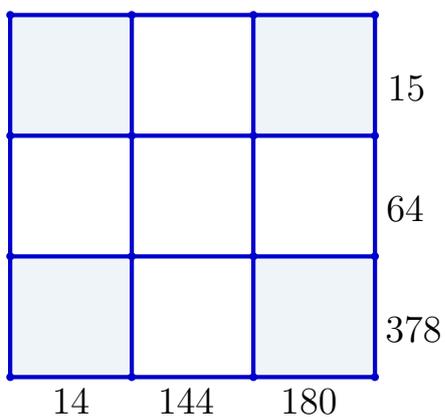
R:

Problema 2. Ana y Eva juegan alternadamente a colocar fichas en las casillas de una cuadrícula de 9×9 , con las tres reglas siguientes:

- (1) en cada casilla vacía se coloca una sola ficha,
- (2) en un turno pueden colocar 1, 2 o 3 fichas,
- (3) perderá la que coloca la última ficha.

Si inicia Ana, ¿quién gana?, describe la estrategia que debe seguir para ganar.

Problema 3. Los números enteros del 1 al 9 se escriben en los cuadros de la siguiente cuadrícula, uno en cada cuadro sin repetir. Los números que están a la derecha de cada fila son el producto de los dígitos escritos en la fila. Los números que están abajo de cada columna son el producto de los dígitos escritos en la columna. Encuentra el valor de la suma de los números escritos en los cuadros de las esquinas de la cuadrícula.



R:

Problema 4. ¿Cuántos números de tres dígitos abc (con $a \neq 0$), tienen la propiedad de que los números de dos dígitos ab y bc son números primos?

Nota. *El número 137 tiene la propiedad ya que 13 y 37 son primos. Y el número 139 no la tiene ya que 39 no es primo.*

Problema 5. Un número entero se dice que es *ocholate* si cumple las siguientes condiciones:

1. Todos sus dígitos aparecen en orden creciente.
2. Es múltiplo de 8

De los números *ocholates* de cuatro cifras, ¿cuál es la diferencia entre el mayor y el doble del menor de ellos?

Nota. *El número 1456 es ocholate y los siguientes no son ocholates 1240, 1448.*

R:

Problema 6. Usando solo los vértices de un cubo se pueden formar 56 triángulos, ¿cuántos de estos triángulos son escalenos, es decir con sus tres lados de longitudes diferentes?

Problema 7. ¿Cuántos números hay en la colección: 1, 2, 3, ..., 2019, 2020 que tengan al menos un dígito igual a 2 o un dígito igual a 0?

R:

Problema 8. Sean $ABCD$ un cuadrado con medida de sus lados igual a 5 cm , E un punto en el lado AB con $AE = 3\text{ cm}$ y F un punto en la diagonal AC con $AF = 4FC$. Encuentra,

- (1) El valor del área, en cm^2 , del triángulo DEF .
- (2) Las medidas de los ángulos, en grados, del triángulo DEF .

