IV Olimpiada Mexicana de Matemáticas
para Educación Básica

Virtual, octubre 16-17, 2020.

Prueba por Equipos

Nivel II

Estado: ______________________________

Integrantes:

____

____

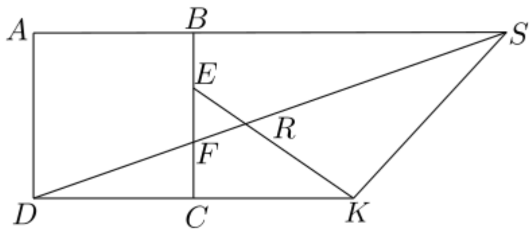
____

Instrucciones: Los problemas de la Prueba por Equipos están enlistados por orden de dificultad, pero cada uno vale lo mismo (40 puntos). Para los problemas 1, 3, 5, 7, solo se tomará en cuenta el resultado final y no se otorgarán puntos parciales, no se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas. Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 40 puntos solo si todas las respuestas correctas están escritas y solo ellas. Los problemas 2, 4, 6, 8, requieren una solución completa y se podrán otorgar puntos parciales. La duración del examen es 70 minutos, que se distribuirán de la siguiente manera: (i) Durante los primeros 10 minutos, todos los integrantes del equipo podrán discutir y distribuirse entre ellos los primeros 6 problemas, de manera que cada miembro del equipo resuelva al menos un problema. En estos 10 minutos no se puede escribir. (ii) Durante los siguientes 35 minutos, cada participante trabajará individualmente en los problemas que se le asignaron, sin tener comunicación con los demás integrantes del equipo. (iii) Durante los últimos 25 minutos todos los miembros del equipo trabajarán en la solución de los últimos dos problemas.

Problema 1. Determinar la cantidad de números enteros que son múltiplos de 3 y tienen 5 dígitos distintos escogidos dentro de la lista $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ pero dos de sus dígitos son 1 y 2, en ese orden. Por ejemplo, 31725 y 31254 son números de los que queremos, mientras que 32715 y 31724 no.

R:

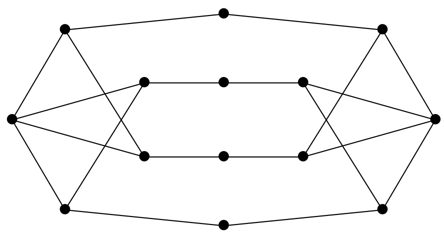
Problema 2. En la figura se muestra un cuadrado $ABCD$ de área 36 cm^2. Los puntos E y F sobre BC son tales que $BE = EF = FC$; el punto K sobre la recta CD es tal que C es el punto medio del segmento DK. La recta DF intersecta a las rectas EK y AB en R y S, respectivamente. Determinar el área, en cm^2, del triángulo KRS.



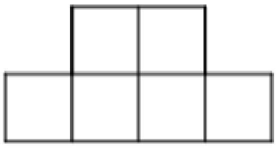
Problema 3. ¿Cuántos números de tres dígitos, abc (con $a \neq 0$), tienen la propiedad de que los números de dos dígitos ab y bc son números primos? Por ejemplo, un número que cumple es 237 pues tanto 23 como 37 son primos.

R:

Problema 4. La siguiente figura consta de 14 vértices y 20 segmentos. Se dice que dos vértices son vecinos si hay una línea que empieza en uno de ellos y acaba en otro. Raúl quiere elegir algunos vértices de manera que entre los vértices que eligió y sus vecinos, estén elegidos todos los vértices. ¿Cuál es la mínima cantidad de vértices que debe elegir Raúl para lograr esto?



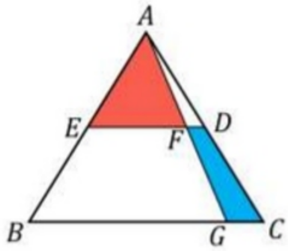
Problema 5. Una ficha sombrero es una como la que se muestra en la figura, donde cada cuadrito es de 1×1. Se quiere cubrir una cuadrícula de 6×40 con fichas sombrero, de tal manera que las fichas no se traslapen, no se salgan del tablero y los lados de las fichas sean paralelos a los lados de la cuadrícula. ¿De cuántas formas distintas puede llenarse el tablero, considerando que las fichas pueden rotarse?



R:

Problema 6. Encontrar la suma de todos los números enteros n de tres dígitos distintos, para los cuales la suma de todos los números de dos dígitos que se pueden formar con los dígitos de n sea igual al doble de n. Por ejemplo, si $n = 123$, entonces los números de dos dígitos distintos que se pueden formar con los dígitos de n son 12, 13, 21, 23, 31 y 32.

Problema 7. En la figura, ABC es un triángulo equilátero cuyos lados miden 28 cm. Los puntos medios de AB y AC son E y D, respectivamente. ¿Cuál debe ser el valor de la longitud del segmento BG, en cm, para que el área del triángulo AEF sea igual al doble del área del cuadrilátero $CDFG$?



R:

Problema 8. En un país, se tienen ciudades que inician con cada letra del abecedario (el cual cuenta con 26 letras). Hay una ciudad cuyo nombre empieza con la letra a, dos ciudades cuyos nombres empiezan con la letra b, tres ciudades con la letra c, cuatro ciudades con d y así sucesivamente. Solo se puede pasar de una ciudad a otra si las letras con las que empieza su nombre son vecinas en el abecedario; por ejemplo, c es vecino de b y d, así como a es vecino de b y z. ¿Se pueden recorrer todas las ciudades sin repetir?