V Olimpiada Mexicana de Matemáticas
para Educación Básica

Virtual, junio 17-21, 2021.

Prueba por Equipos

Nivel I

Estado: ______________________________
Integrantes:

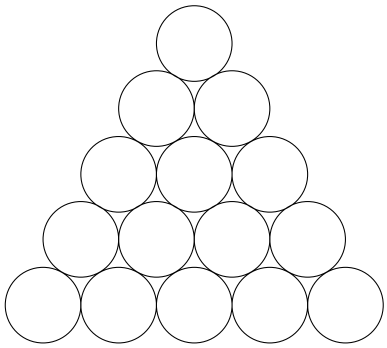
____
____
____

Instrucciones: Los problemas de la Prueba por Equipos están enlistados por orden de dificultad, pero cada uno vale lo mismo (40 puntos). Para los problemas 1, 3, 5, 7, solo se tomará en cuenta el resultado final, no se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas. Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 40 puntos solo si todas las respuestas correctas están escritas y solo ellas. En caso de que las respuestas a estos problemas no sean enteras, estas deben ser aproximadas a dos decimales tomando en cuenta los siguientes valores:

$$\pi = 3.14, \qquad \sqrt{2} = 1.41, \qquad \sqrt{3} = 1.73, \qquad \sqrt{5} = 2.23.$$

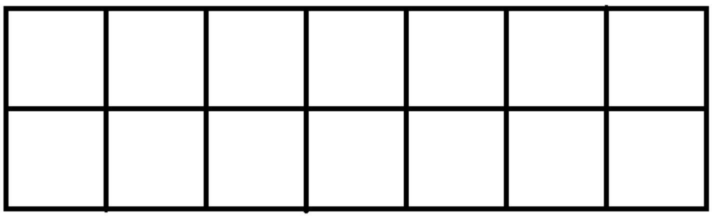
Los problemas 2, 4, 6, 8, requieren una solución completa y se podrán otorgar puntos parciales. La duración del examen es 70 minutos, que se distribuirán de la siguiente manera: (i) Durante los primeros 10 minutos, todos los integrantes del equipo podrán discutir y distribuirse entre ellos los primeros 6 problemas, de manera que cada miembro del equipo resuelva al menos un problema. En estos 10 minutos no se puede escribir. (ii) Durante los siguientes 35 minutos, cada participante trabajará individualmente en los problemas que se le asignaron, sin tener comunicación con los demás integrantes del equipo. (iii) Durante los últimos 25 minutos todos los miembros del equipo trabajarán en la solución de los últimos dos problemas.

Problema 1. ¿Cuántas figuras "8" hay en el dibujo de abajo? (Una figura "8" consiste de dos círculos tangentes del mismo tamaño.)



R:

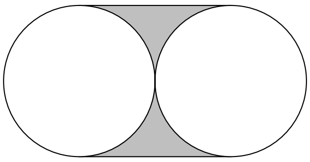
Problema 2. La siguiente figura muestra un tablero de 2×7. Por turnos, Andrés y Fernando juegan al siguiente juego: En su turno cada jugador coloca una ficha de 2×1 de manera que cubra dos cuadros de la cuadrícula, y que no se traslape con fichas previamente colocadas (es decir, no pueden colocar fichas arriba de otras). Pierde el primer jugador que, en su turno, no pueda colocar una ficha cumpliendo las condiciones. Si Andrés es el primero en colocar una ficha, determinar qué jugador tiene estrategia ganadora y cuál es ésta.

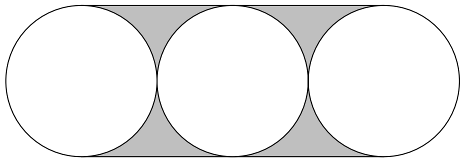


Problema 3. Pedro anotó el número de teléfono de su amiga en un pedazo de papel, pero al sacarlo de su bolsillo notó que se manchó de tinta, dejando sólo visible el número $686\,520\,3XXX$. Él, para tratar de memorizarlo, se había dado cuenta que era un múltiplo de 3. También recordó que los 3 números escondidos son todos diferentes entre sí. ¿Cuántos números cumplen con las condiciones que Pedro recuerda?

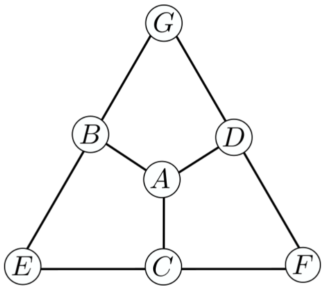
R:

Problema 4. La siguientes dos figuras están en la posición 1 y 2 de un patrón. En éstas tenemos círculos de radio 1 que son tangentes entre sí, y las líneas superior e inferior son tangentes a todos los círculos. ¿Cuánto es el área sombreada de la figura en la posición 2021?





Problema 5. En la siguiente figura, dentro de cada uno de los círculos se quiere sustituir cada una de las letras A, B, C, D, E, F y G por uno de los números 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7, sin repetir, de manera que la suma de los 4 números que aparecen en cada uno de los tres cuadriláteros $ABEC$, $ABGD$ y $ACFD$ sea 15. ¿Cuánto vale la suma de todos los números por los que A puede sustituirse?

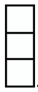
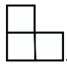


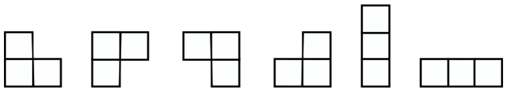
R:

Problema 6. Digamos que un número de 5 dígitos $\overline{abcde}$ es *fósil* si cumple las siguientes condiciones:

- El número $\overline{ab}$ es múltiplo de 2.
- El número $\overline{abc}$ es múltiplo de 3.
- El número $\overline{abcd}$ es múltiplo de 4.
- El número $\overline{abcde}$ es múltiplo de 5.

(Por ejemplo, el número 50165 es fósil porque 50 es múltiplo de 2, 501 es múltiplo de 3, 5016 es múltiplo de 4 y 50165 es múltiplo de 5.) ¿Cuántos números fósiles existen?

Problema 7. Se quiere cubrir un tablero de 4×3 usando triminós en forma de I: , y triminós en forma de L, . Pueden acomodarse en cualquiera de las siguientes posiciones:



pero no pueden encimarse ni salirse de la cuadrícula de 4×3. ¿De cuántas formas es posible hacerlo?

R:

Problema 8. En el triángulo rectángulo ABC con ángulo recto en B y $\angle BAC = 30$, se toma el punto M sobre el segmento BC, y puntos P y N sobre el segmento AC y Q sobre el segmento AB, de tal manera que $BM = MC = CN = NP = PQ$, como se muestra en la figura. Si el área del pentágono $BMNPQ$ es 20, ¿cuál es el área del triángulo ABC?