

Examen Individual

NIVEL II

Instrucciones: El examen consta de dos partes. La parte A consta de 12 problemas con un valor de 5 puntos cada uno. En estos problemas solo se toma en cuenta la respuesta final, que debe ser claramente escrita en el espacio correspondiente a cada problema, no se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas. Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 5 puntos solo si todas las respuestas correctas están escritas y solo ellas. En caso de que las respuestas a estos problemas no sean enteras, estas deben ser aproximadas a dos decimales tomando en cuenta los siguientes valores:

$$\pi = 3.14, \quad \sqrt{2} = 1.41, \quad \sqrt{3} = 1.73, \quad \sqrt{5} = 2.23.$$

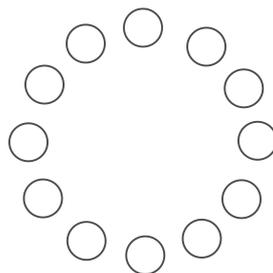
La parte B consta de 3 problemas de redacción libre y con un valor de 20 puntos cada uno. En estos problemas es posible acumular puntos parciales. Las figuras mostradas, podrían no estar a escala. No está permitido el uso de calculadoras, transportadores y aparatos electrónicos. La duración del examen es de **2 horas**.

PARTE A

Problema 1. En una olimpiada participan cinco hermanos: Saúl, César, Luis, Aldo y Rodrigo. Sus edades son 12, 13, 14, 17 y 25 años, pero no se sabe quién tiene cada edad. Si se suma la edad de Saúl con la de César se obtiene la edad de Luis. Si se suma la edad de Saúl con la de Aldo se obtiene el doble de la edad de César. ¿Cuántos años tiene Rodrigo?

R:

Problema 2. Diana escribe un número en cada círculo de manera que la suma de los números en los 12 círculos es 162. Alexandra llega y borra cada número, y en su lugar escribe la suma de los dos números que estaban junto al que borró. ¿Cuánto vale la suma de los 12 números que escribe Alexandra?



R:

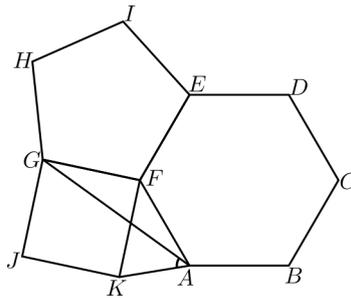
Problema 3. ¿Cuántos números de siete cifras cumplen que el producto de sus cifras es 3645 y la suma de sus cifras no es un número primo?

R:

Problema 4. Isaac escribe en orden alfabético todas las palabras de 5 letras que se pueden formar con las letras O, M, M, E y B . Así, la palabra que está en la posición 1 es $BEMMO$, la que queda en la posición 2 es $BEMOM$, y así sucesivamente. ¿En qué número de posición se encuentra la palabra $OMMEB$?

R:

Problema 5. La siguiente figura muestra un hexágono regular cuyos vértices son A, B, C, D, E, F , un pentágono regular cuyos vértices son E, F, G, H, I , y un cuadrado cuyos vértices son F, G, J, K . ¿Cuántos grados mide el ángulo $\angle KAG$?



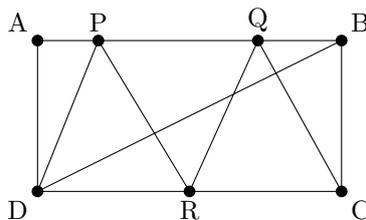
R:

Problema 6. Obtén la suma de todos los números que tienen exactamente un múltiplo en cada una de las 5 columnas de la tabla siguiente.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35

R:

Problema 7. En el rectángulo $ABCD$ se tienen los puntos P y Q en el lado AB , y el punto R en el lado CD . Se sabe que los triángulos DPR y RQC tiene área igual a 10 cm^2 , y que $2BC = DC$. Calcula, en cm , la longitud del segmento DB .



R:

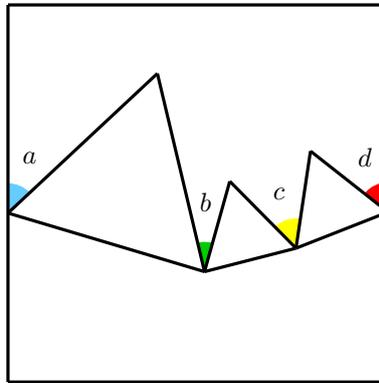
Problema 8. Un triángulo rectángulo tiene sus vértices sobre una circunferencia de radio 5. El área dentro del círculo que está afuera del triángulo es $25\pi - 24$. Encuentra la suma de las medidas de los catetos del triángulo.

R:

Problema 9. ¿Cuántos números de 3 cifras distintas son múltiplos de 5 y tienen sus cifras en orden decreciente (es decir, la cifra de las centenas es mayor que la de las decenas y la de las decenas es mayor que la de las unidades)?

R:

Problema 10. En el interior de un cuadrado hay tres triángulos equiláteros como se muestra en la figura. Si la suma de los ángulos a y b es 50° , ¿cuál es el valor de la suma, en grados, de los ángulos c y d ?

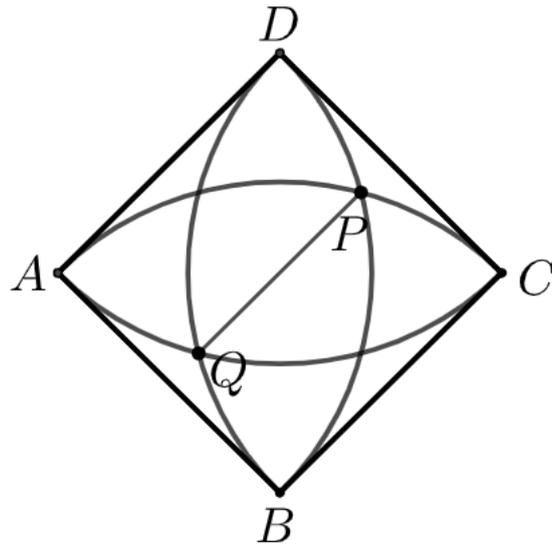


R:

Problema 11. El entero positivo m cumple que divide a tres millones y a cuatro millones. También cumple que es múltiplo de 40 y 125. ¿Cuántos valores posibles hay para el entero m ?

R:

Problema 12. En la figura, $ABCD$ es un cuadrado de lado 1 cm y los cuartos de círculo tienen centros en A , B , C y D . ¿Cuál es la longitud, en cm, de PQ ? (Este problema incluye figura)



R:

PARTE B

Problema 13. ¿Cuántos números enteros positivos de 5 cifras (es decir, la primer cifra de izquierda a derecha es distinta de cero) hay tales que al sumar sus cifras se obtiene un divisor del número 2021?

Problema 14. Se tiene un cubo con sus caras pintadas de 6 colores distintos, una de cada color. Cada cara se separa en 4 cuadrados iguales trazando líneas perpendiculares a sus lados que pasen por sus centros. En los 24 cuadrados que resultan de la división, se acomodan los números del 1 al 24 de manera que después de colocarlos todos, la suma de cada 3 números cuyos cuadrados tienen un vértice en común y este sea un vértice del cubo sea múltiplo de 3 y, además, cada dos números cuyos cuadrados estén en la misma cara del cubo y estos compartan un lado sumen también un múltiplo de 3. ¿De cuántas formas es posible realizar este acomodo?

Problema 15. Sea $ABCD$ un trapecio con AB paralela a CD , $AB = 14$ cm, $BC = 15$ cm, $CD = 28$ cm y $DA = 13$ cm. Encuentra el área, en cm^2 , de $ABCD$. (Este problema incluye figura)

