VI Olimpiada Mexicana de Matemáticas
para Educación Básica
Concurso Nacional

Virtual, junio 9-12, 2022

Prueba por Equipos

Nivel I

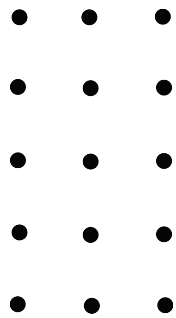
Estado: ______________________________
Integrantes:
____
____
____

Instrucciones: Los problemas de la Prueba por Equipos están enlistados por orden de dificultad, pero cada uno vale lo mismo (40 puntos). Para los problemas 1, 3, 5, 7, solo se tomará en cuenta el resultado final, no se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas. Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 40 puntos solo si todas las respuestas correctas están escritas y solo ellas. En caso de que las respuestas a estos problemas no sean enteras, estas deben ser aproximadas a dos decimales tomando en cuenta los siguientes valores:

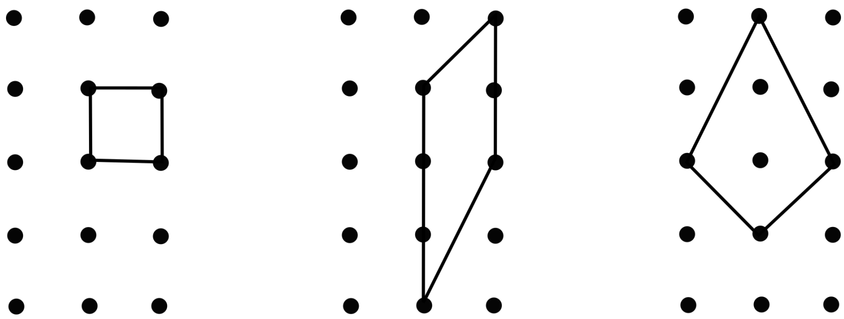
$$\pi = 3.14, \qquad \sqrt{2} = 1.41, \qquad \sqrt{3} = 1.73, \qquad \sqrt{5} = 2.23.$$

Los problemas 2, 4, 6, 8, requieren una solución completa y se podrán otorgar puntos parciales. La duración del examen es 70 minutos, que se distribuirán de la siguiente manera: (i) Durante los primeros 10 minutos, todos los integrantes del equipo podrán discutir y distribuirse entre ellos los primeros 6 problemas, de manera que cada miembro del equipo resuelva al menos un problema. En estos 10 minutos no se puede escribir. (ii) Durante los siguientes 35 minutos, cada participante trabajará individualmente en los problemas que se le asignaron, sin tener comunicación con los demás integrantes del equipo. (iii) Durante los últimos 25 minutos todos los miembros del equipo trabajarán en la solución de los últimos dos problemas.

Problema 1. En la figura se muestran los vértices de una cuadrícula de 2×4, es decir cinco hileras horizontales de 3 puntos cada una. ¿Cuántos cuadriláteros pueden formarse si sus 4 vértices se escogen dentro de los puntos de la figura?



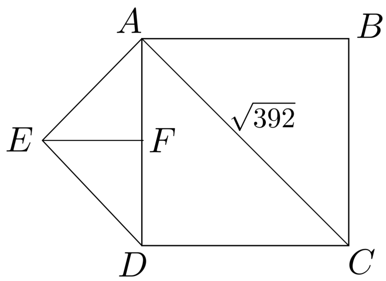
Nota: En la siguiente figura se muestran tres ejemplos de cuadriláteros que se pueden formar.



R:

Problema 2. Sofía, Luis y José son 3 hermanos. Sus edades son números enteros. Si se suman las edades de Luis y José se obtiene $2/3$ de la edad de su mamá. Por otro lado, si se suman las edades de Sofía y Luis, se obtiene $3/4$ de la edad de su papá. Al sumar las edades de la mamá y el papá se obtiene 90. Si Sofía es 8 años mayor que José, y José es 4 años menor que Luis, ¿cuál es la edad de José?

Problema 3. En la siguiente figura, $ABCD$ es un cuadrado cuya diagonal AC mide $\sqrt{392}$. El punto E es tal que los ángulos $\angle EAD$ y $\angle EDA$ miden $45°$; F es un punto sobre AD tal que EF es perpendicular a AD, ¿cuál es la longitud de EF?



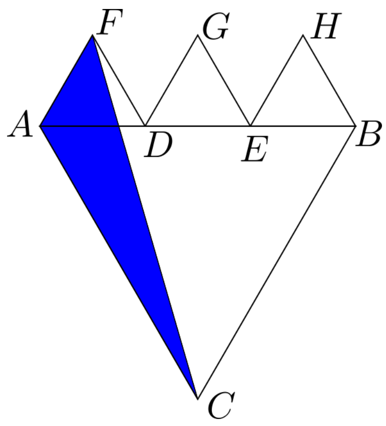
R:

Problema 4. Un cierto planeta tarda 101 días en dar la vuelta alrededor de su sol, es decir, su año dura 101 días. Todos los meses en ese planetas tienen 11, 12, 13 o 14 días. Si hay al menos un mes con cada una de estas opciones. ¿Cuántos meses tiene su año?

Problema 5. El promedio, de CINCO enteros distintos es 30. Si el menor de esos números es 7, ¿cuál es el mayor valor que puede tener el mayor?

R:

Problema 6. En la siguiente figura, ABC es un triángulo equilatero de área 45, D y E son puntos sobre AB. Los triángulos AFD, DGE y EHB son triángulos equiláteros iguales. ¿Cuánto vale el área del triángulo AFC?



Problema 7. En algunos lugares se escribe la fecha de la forma $dd/mm/yy$, donde dd es el día, mm es el mes, y aa son los últimos dos dígitos del año. Digamos que una fecha es homogénica si el número de dos dígitos aa es igual al producto de los números dd y mm. Por ejemplo, la fecha 04/07/28 es homogenica, ya que $4 \times 7 = 28$. ¿Cuántas fechas homogénicas tales que $mm \geq 7$ hay en un siglo?

R:

Problema 8. En la oficina de César se trabaja de lunes a viernes. Durante la pandemia han estado trabajando a distancia, pero ahora han decidido asistir a la oficina algunos días. Cada persona ha elegido 3 días para asistir; ninguna persona ha elegido asistir los mismos 3 días que otra; todos los días asistirá la misma cantidad de personas, excepto los miércoles que asistirá una menos; y al menos la mitad de las personas asistirá cada día. ¿Cuántas personas trabajan en la oficina de César (incluyéndole)?