

VI Olimpiada Mexicana de Matemáticas
para Educación Básica
Concurso Nacional

Virtual, junio 9-12, 2022.

Examen Individual

NIVEL II

Instrucciones: El examen consta de dos partes. La parte A consta de 12 problemas con un valor de 5 puntos cada uno. En estos problemas solo se toma en cuenta la respuesta final, que debe ser claramente escrita en el espacio correspondiente a cada problema, no se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas. Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 5 puntos solo si todas las respuestas correctas están escritas y solo ellas. En caso de que las respuestas a estos problemas no sean enteras, estas deben ser aproximadas a dos decimales tomando en cuenta los siguientes valores:

$$\pi = 3.14, \quad \sqrt{2} = 1.41, \quad \sqrt{3} = 1.73, \quad \sqrt{5} = 2.23.$$

La parte B consta de 3 problemas de redacción libre y con un valor de 20 puntos cada uno. En estos problemas es posible acumular puntos parciales. Las figuras mostradas, podrían no estar a escala. No está permitido el uso de calculadoras, transportadores y aparatos electrónicos. La duración del examen es de **2 horas**.

PARTE A

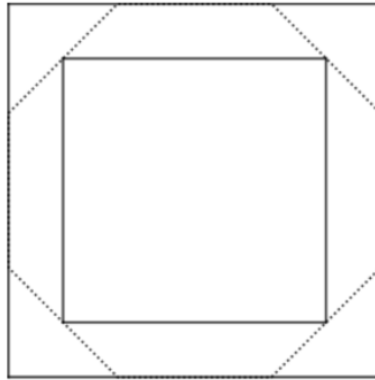
Problema 1. ¿De cuántas formas se puede elegir, de entre los lados de un octágono regular, dos que sean perpendiculares entre sí?

R:

Problema 2. Denisse sumó 5 números consecutivos. Zeus también sumó 5 números consecutivos distintos a los que sumó Denisse. Si la suma que obtuvo Denisse menos la suma que obtuvo Zeus es igual a 100. ¿Cuál es la diferencia entre el número más grande de los cinco que sumó Denisse menos el número más chico de los cinco que sumó Zeus?

R:

Problema 3. A un cuadrado de madera se le han recortado sus esquinas, formando un octágono regular, como se muestra en la figura. Después, se han unido los puntos medios de cuatro de los lados del octágono, formando un nuevo cuadrado. Si el área del nuevo cuadrado es 25, ¿cuál es el área del cuadrado original?



R:

Problema 4. ¿Cuántos números de cuatro dígitos utilizan en su escritura al menos dos veces el número 7 y al menos una vez el número 5 después de dos números 7? Por ejemplo, los números 7375, 7575 y 7775 cumplen la condición, pero los números 7577 y 7573 no la cumplen.

R:

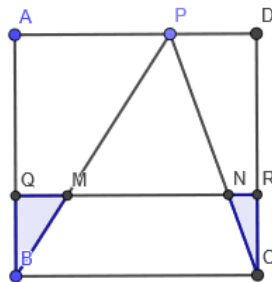
Problema 5. Una rana está parada en el 0 de la recta numérica. Cada salto que da la rana se puede mover 3 unidades a la derecha o a la izquierda (por ejemplo, después del primer salto puede llegar al 3 o al -3). Después de n saltos llega por primera vez al 2022. Calcula la suma de todos los posibles valores de n , si la rana dio menos de 680 saltos.

R:

Problema 6. ¿Cuántos números A de cuatro dígitos hay tales que un medio de A es divisible por 2, un tercio de A es divisible por 3 y un quinto de A es divisible por 5?

R:

Problema 7. El cuadrado $ABCD$ de la figura tiene lado 12, P es un punto sobre AD , Q es un punto sobre AB tal que $AQ = 2QB$ y R es un punto sobre CD tal que $DR = 2RC$. BP y CP cortan a QR en los puntos M y N , respectivamente. ¿Cuánto vale la suma de las áreas de los triángulos QBM y RCN ?



R:

Problema 8. Aida escribió un entero positivo en cada lado de un cuadrado. Luego escribió en cada vértice la multiplicación de los números de los dos lados que concurren en dicho vértice. La suma de los números de los vértices es 15. ¿Cuál es la suma de los números escritos en los lados del cuadrado?

R:

Problema 9. Sea ABC un triángulo equilátero. El punto D es tal que A es punto medio del segmento CD . El círculo con centro en B y radio BD corta a la recta BA en el punto E que cumple que A está dentro del segmento BE . Halla la medida de $\angle DEA$.

R:

Problema 10. Xim tiene el número $\overline{i9m}$ y Eva tiene el número $\overline{15ve}$. El número de Xim es múltiplo de cada uno de los dígitos que usa el número de Eva y viceversa. Si ambos números son impares ¿Cuál es la resta del número de Eva menos el de Xim?

R:

Problema 11. Sea $ABCD$ un rectángulo. Un punto E se coloca en la recta CD de tal manera que D quede entre E y C . Sea M el punto medio del segmento AC . Si se cumple que $\angle DBC = 40^\circ$ y $\angle EAD = 10^\circ$, encuentra la medida, en grados, del ángulo $\angle EMB$.

R:

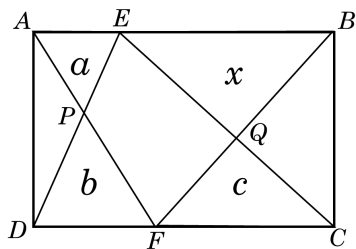
Problema 12. El número de cuatro dígitos $\overline{8abc}$, está formado con 4 dígitos diferentes. Además, es múltiplo de 7, 8 y 9. Obtén el valor de $a + b - c$.

R:

PARTE B

Problema 13. ¿Cuántas parejas de enteros (n, m) con $n, m \geq 0$ existen tales que $2n + 3m = 2022$?

Problema 14. Se tiene un rectángulo $ABCD$ en el que se han marcado las áreas de cuatro de sus triángulos cuyas medidas son a , b , c y x . Demostrar que $x = b + c - a$.



Problema 15. Para cada número de cuatro dígitos \overline{abcd} , es decir, con a distinto de cero, denotemos por $P(\overline{abcd})$ al producto

$$(a+b)(a+c)(a+d)(b+c)(b+d)(c+d).$$

Por ejemplo, $P(2022) = (2+0)(2+2)(2+2)(0+2)(0+2)(2+2) = 512$ y $P(1234) = (1+2)(1+3)(1+4)(2+3)(2+4)(3+4)$
¿Cuántos números \overline{abcd} con algún 0 entre sus dígitos cumplen que $P(\overline{abcd})$ es una potencia de 2?