

# Examen Individual

## Nivel II

Estado: -----

Nombre: -----

### Instrucciones:

- El examen consta de dos partes:
  - Parte A
    - \* Consta de 12 problemas con un valor de 5 puntos cada una.
    - \* En estos problemas, sólo se toma en cuenta la respuesta final, que debe ser claramente escrita en el espacio correspondiente en cada problema y en la hoja de respuestas.
    - \* No se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas.
    - \* Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 5 puntos sólo si todas las respuestas correctas están escritas y sólo ellas.
  - Parte B
    - \* Consta de 3 problemas de redacción libre y con un valor de 20 puntos cada uno.
    - \* En estos problemas es posible acumular puntos parciales.
- En caso de que las respuestas a los problemas no sean enteras, estas deben ser aproximadas a dos decimales tomando en cuenta los siguientes valores:

$$\pi = 3.14, \quad \sqrt{2} = 1.41, \quad \sqrt{3} = 1.73, \quad \sqrt{5} = 2.23.$$

- Las figuras mostradas, podrían no estar a escala.
- No está permitido el uso de calculadoras, transportadores y aparatos electrónicos.
- La duración del examen es **2 horas**.



Estado: -----

Nombre: -----

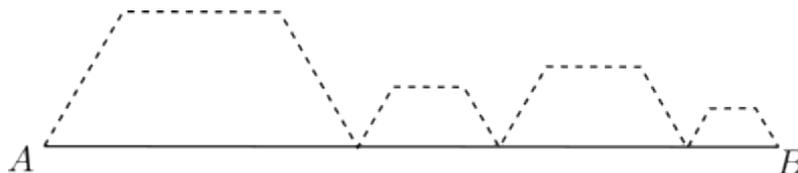
1.	7.
2.	8.
3.	9.
4.	10.
5.	11.
6.	12.

## PARTE A

**Problema 1.** ¿Cuántos dígitos tiene el número  $149162536 \dots 10000$ ?

R:

**Problema 2.** La recta  $AB$  parte a cuatro hexágonos regulares a la mitad. Si sabemos que la línea  $AB$  mide 36 cm, ¿cuántos centímetros mide la línea punteada?

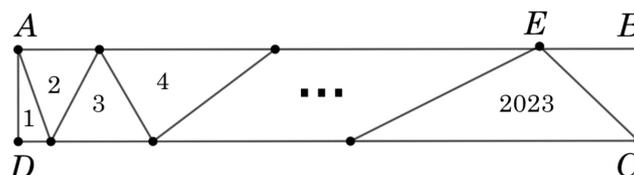


R:

**Problema 3.** Los tres primeros términos de una sucesión son 2023, 2024 y 2025. A partir del cuarto, cada término se calcula usando los tres términos anteriores, de la siguiente manera: a la suma de los dos primeros se le resta el tercero. De esta manera, los primeros seis términos de esta sucesión son: 2023, 2024, 2025, 2022, 2027, 2020. ¿Qué número ocupa el lugar 100 en esta sucesión?

R:

**Problema 4.** Una tira de papel rectangular  $ABCD$  se ha dividido en 2024 triángulos. El primer triángulo tiene área  $1 \text{ cm}^2$ , el segundo tiene área  $2 \text{ cm}^2$ , el tercero tiene área  $3 \text{ cm}^2$  y, así sucesivamente, como se muestra en la figura. Determina el área, en  $\text{cm}^2$ , del triángulo  $EBC$ .



R:

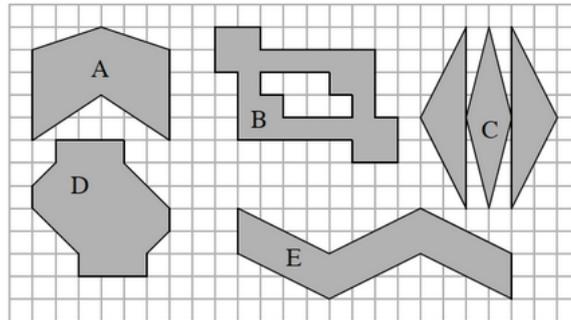
**Problema 5.** En un examen de matemáticas participaron 12 estudiantes, donde cada problema fue resuelto por exactamente 10 estudiantes. Si 11 estudiantes resolvieron exactamente 6 problemas, ¿cuántos problemas resolvió el doceavo estudiante?

R:

**Problema 6.** Sea  $n$  el menor entero positivo tal que la suma de sus dígitos es 2023. Determina la suma de los dígitos del número  $n + 1$ .

R:

**Problema 7.** Si el área de cada cuadrado de la cuadrícula que se muestra a continuación, es igual a 1, ¿de cuántas formas puedes elegir dos figuras de la cuadrícula de forma que la suma de sus áreas sea 46?



R:

**Problema 8.** Sean  $a$  y  $b$  dígitos distintos tales que el número de siete dígitos  $\overline{a72023b}$  es múltiplo de 7. ¿Cuántas parejas posibles  $(a, b)$  hay?

R:

**Problema 9.** Dos números enteros positivos distintos son *compas*, si al sumar los dígitos de cada número se obtiene el mismo resultado. Por ejemplo, el 2023 y el 2014 son *compas*, ya que  $2 + 0 + 2 + 3 = 2 + 0 + 1 + 4 = 7$ . ¿Cuántos *compas* de 2023 hay con a lo más cuatro dígitos?

R:

**Problema 10.** En el entrenamiento de fútbol, el maestro puso un conito cada 75 cm sobre la línea lateral, empezando el primer conito a 75 cm de donde inicia la línea y el último conito sobre el punto donde termina la línea. La línea lateral mide en total 60 metros. El ejercicio consiste en avanzar 5 espacios y regresar 2, hasta alcanzar por primera vez el último conito. ¿Cuántos metros tiene que correr el jugador en este ejercicio?

R:

**Problema 11.** La maquineta de chicles de burbulandia acepta monedas de 1 y de 7 pesos. Un chicle cuesta 3 pesos. Hay 2023 personas que quieren comprar los 2023 chicles que hay en la maquineta. La máquina tiene 2023 monedas de 1 peso para dar cambio. ¿Cuántas personas como mínimo deben pagar con cambio exacto para que todas puedan comprar su chicle?

R:

**Problema 12.** Determina el valor de la suma:

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{2024}\right)^2 + 1} + \frac{1}{\left(\frac{2}{2023}\right)^2 + 1} + \frac{1}{\left(\frac{3}{2022}\right)^2 + 1} + \cdots + \frac{1}{\left(\frac{2023}{2}\right)^2 + 1} + \frac{1}{\left(\frac{2024}{1}\right)^2 + 1}.$$

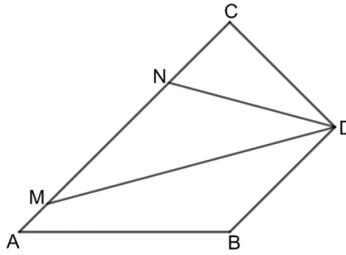
R:

## PARTE B

Estado: -----

Nombre: -----

**Problema 13.** Sean  $ABC$  y  $BCD$  dos triángulos rectángulos isósceles con ángulos rectos en  $B$  y en  $D$ . Si los segmentos  $ND$  y  $MD$ , con  $M$  y  $N$  sobre  $AC$ , dividen al ángulo  $\angle CDB$  en tres partes iguales y se sabe que  $AB$  mide 8, ¿cuánto mide el área del triángulo  $MND$ ?



**Estado:** -----

**Nombre:** -----

**Problema 14.** Alrededor de una mesa redonda se sientan 8 niños. Después del descanso, se vuelven a sentar alrededor de la mesa y descubren que cada uno está sentado en su lugar original o en uno de los dos lugares junto a su lugar original. ¿De cuántas formas puede suceder esto?

**Estado:** -----

**Nombre:** -----

**Problema 15.** Un número *bombástico* es un número entero  $n$  tal que existe un número de dos dígitos  $\overline{ab}$  y existe un número de tres dígitos  $\overline{a0b}$ , ambos múltiplos de  $n$ , con  $b$  distinto de 0. ¿Cuál es el máximo número bombástico?