

Examen Individual

Nivel II

Estado: -----

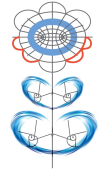
Nombre: -----

Instrucciones:

- El examen consta de dos partes:
 - Parte A
 - * Consta de 12 problemas con un valor de 5 puntos cada una.
 - * En estos problemas, sólo se toma en cuenta la respuesta final, que debe ser claramente escrita en el espacio correspondiente en cada problema y en la hoja de respuestas.
 - * No se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas.
 - * Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 5 puntos sólo si todas las respuestas correctas están escritas y sólo ellas.
 - Parte B
 - * Consta de 3 problemas de redacción libre y con un valor de 20 puntos cada uno.
 - * En estos problemas es posible acumular puntos parciales.
- En caso de que las respuestas a los problemas no sean enteras, estas deben ser aproximadas a dos decimales tomando en cuenta los siguientes valores:

$$\pi = 3.14, \quad \sqrt{2} = 1.41, \quad \sqrt{3} = 1.73, \quad \sqrt{5} = 2.23.$$

- Las figuras mostradas, podrían no estar a escala.
- No está permitido el uso de calculadoras, transportadores y aparatos electrónicos.
- La duración del examen es **2 horas**.



Estado: -----

Nombre: -----

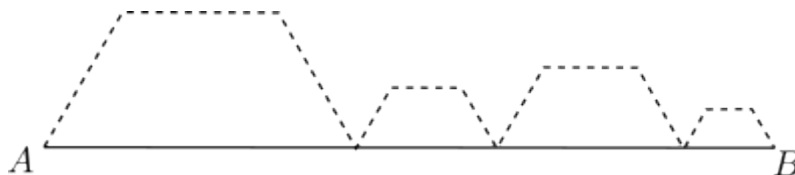
1.	7.
2.	8.
3.	9.
4.	10.
5.	11.
6.	12.

PARTE A

Problema 1. ¿Cuántos dígitos tiene el número 149162536...10000?

R:

Problema 2. La recta AB parte a cuatro hexágonos regulares a la mitad. Si sabemos que la línea AB mide 36 cm, ¿cuántos centímetros mide la línea punteada?

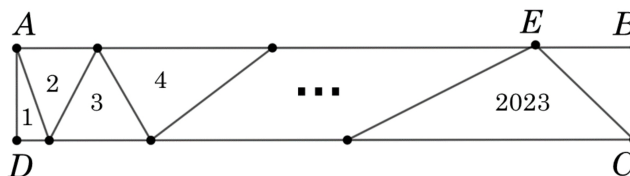


R:

Problema 3. Los tres primeros términos de una sucesión son 2023, 2024 y 2025. A partir del cuarto, cada término se calcula usando los tres términos anteriores, de la siguiente manera: a la suma de los dos primeros se le resta el tercero. De esta manera, los primeros seis términos de esta sucesión son: 2023, 2024, 2025, 2022, 2027, 2020. ¿Qué número ocupa el lugar 100 en esta sucesión?

R:

Problema 4. Una tira de papel rectangular $ABCD$ se ha dividido en 2024 triángulos. El primer triángulo tiene área 1 cm^2 , el segundo tiene área 2 cm^2 , el tercero tiene área 3 cm^2 y, así sucesivamente, como se muestra en la figura. Determina el área, en cm^2 , del triángulo EBC .



R:

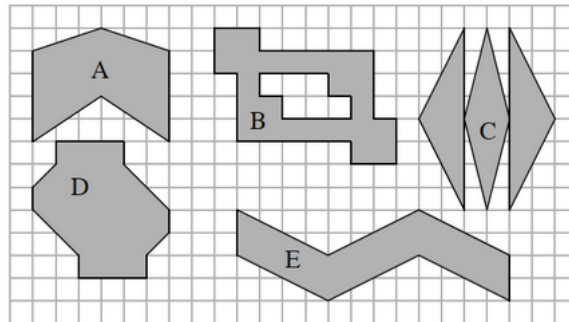
Problema 5. En un examen de matemáticas participaron 12 estudiantes, donde cada problema fue resuelto por exactamente 10 estudiantes. Si 11 estudiantes resolvieron exactamente 6 problemas, ¿cuántos problemas resolvió el doceavo estudiante?

R:

Problema 6. Sea n el menor entero positivo tal que la suma de sus dígitos es 2023. Determina la suma de los dígitos del número $n + 1$.

R:

Problema 7. Si el área de cada cuadrado de la cuadrícula que se muestra a continuación, es igual a 1, ¿de cuántas formas puedes elegir dos figuras de la cuadrícula de forma que la suma de sus áreas sea 46?



R:

Problema 8. Sean a y b dígitos distintos tales que el número de siete dígitos $\overline{a72023b}$ es múltiplo de 7. ¿Cuántas parejas posibles (a, b) hay?

R:

Problema 9. Dos números enteros positivos distintos son *compas*, si al sumar los dígitos de cada número se obtiene el mismo resultado. Por ejemplo, el 2023 y el 2014 son *compas*, ya que $2 + 0 + 2 + 3 = 2 + 0 + 1 + 4 = 7$. ¿Cuántos *compas* de 2023 hay con a lo más cuatro dígitos?

R:

Problema 10. En el entrenamiento de fútbol, el maestro puso un conito cada 75 cm sobre la línea lateral, empezando el primer conito a 75 cm de donde inicia la línea y el último conito sobre el punto donde termina la línea. La línea lateral mide en total 60 metros. El ejercicio consiste en avanzar 5 espacios y regresar 2, hasta alcanzar por primera vez el último conito. ¿Cuántos metros tiene que correr el jugador en este ejercicio?

R:

Problema 11. La maquineta de chicles de burbulandia acepta monedas de 1 y de 7 pesos. Un chicle cuesta 3 pesos. Hay 2023 personas que quieren comprar los 2023 chicles que hay en la maquineta. La máquina tiene 2023 monedas de 1 peso para dar cambio. ¿Cuántas personas como mínimo deben pagar con cambio exacto para que todas puedan comprar su chicle?

R:

Problema 12. Determina el valor de la suma:

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{2024}\right)^2 + 1} + \frac{1}{\left(\frac{2}{2023}\right)^2 + 1} + \frac{1}{\left(\frac{3}{2022}\right)^2 + 1} + \cdots + \frac{1}{\left(\frac{2023}{2}\right)^2 + 1} + \frac{1}{\left(\frac{2024}{1}\right)^2 + 1}.$$

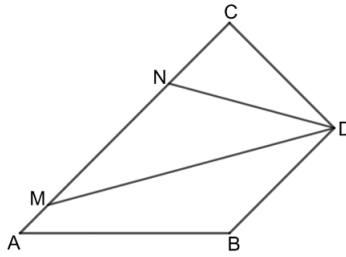
R:

PARTE B

Estado: -----

Nombre: -----

Problema 13. Sean ABC y BCD dos triángulos rectángulos isósceles con ángulos rectos en B y en D . Si los segmentos ND y MD , con M y N sobre AC , dividen al ángulo $\angle CDB$ en tres partes iguales y se sabe que AB mide 8, ¿cuánto mide el área del triángulo MND ?



Estado: -----

Nombre: -----

Problema 14. Alrededor de una mesa redonda se sientan 8 niños. Después del descanso, se vuelven a sentar alrededor de la mesa y descubren que cada uno está sentado en su lugar original o en uno de los dos lugares junto a su lugar original. ¿De cuántas formas puede suceder esto?

Estado: -----

Nombre: -----

Problema 15. Un número *bombástico* es un número entero n tal que existe un número de dos dígitos \overline{ab} y existe un número de tres dígitos $\overline{a0b}$, ambos múltiplos de n , con b distinto de 0. ¿Cuál es el máximo número bombástico?