

Prueba por Equipos

Nivel II

Estado: _____

Integrantes: _____

Instrucciones:

- Los problemas de la Prueba por Equipos están enlistados por orden de dificultad, pero cada uno vale lo mismo (40 puntos).
- Para los problemas 1, 3, 5, 7, sólo se tomará en cuenta el resultado final, no se darán puntos parciales. (Sólo se tomará en cuenta la respuesta escrita **dentro del recuadro**)
- Los problemas 2, 4, 6, 8, requieren una solución completa y se podrán otorgar puntos parciales. (Sólo se tomará en cuenta lo escrito **dentro del margen**)
- No hay penalizaciones por respuestas incorrectas.
- Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 40 puntos sólo si todas las respuestas correctas están escritas y sólo ellas.
- En caso de que las respuestas a estos problemas no sean enteras, estas deben ser aproximadas a dos decimales tomando en cuenta los siguientes valores:

$$\pi = 3.14, \quad \sqrt{2} = 1.41, \quad \sqrt{3} = 1.73, \quad \sqrt{5} = 2.23.$$

- Las figuras mostradas, podrían no estar a escala.
- No está permitido el uso de calculadoras, transportadores y aparatos electrónicos.
- La duración del examen es 70 minutos, que se distribuirán de la siguiente manera:
 - (i) Durante los primeros 10 minutos, todos los integrantes del equipo podrán discutir y distribuirse entre ellos los primeros 6 problemas, de manera que cada miembro del equipo resuelva al menos un problema. En estos 10 minutos no se puede escribir.
 - (ii) Durante los siguientes 35 minutos, cada participante trabajará individualmente en los problemas que se le asignaron, sin tener comunicación con los demás integrantes del equipo.
 - (iii) Durante los últimos 25 minutos todos los miembros del equipo trabajarán en la solución de los últimos dos problemas.

Estado: -----

Nivel II



Nombre: -----

Problema 1. ¿Cuántos números enteros entre 1 y 10^{2024} cumplen la condición de que la suma de sus dígitos es 2?

R:

Sólo será revisada la respuesta escrita dentro del recuadro



Estado: -----

Nivel II

Nombre: -----

Problema 2. Supongamos que tengo una hoja cuadrada de papel con una longitud de lado de 2024 cm. Primero, corto una tira con un corte paralelo a uno de los lados, a una distancia de 1 cm. Luego, hago un corte paralelo al siguiente lado en el sentido de las agujas del reloj, a una distancia de 2 cm de ese lado, y corto otra tira. Continúo este procedimiento, haciendo cortes paralelos a los lados siguientes en el sentido de las agujas del reloj, cada vez a una distancia 1 cm mayor que la anterior. El procedimiento termina cuando con el siguiente corte paralelo ya no es posible cortar ninguna tira. Si las dimensiones de lo que queda de la hoja son $a \times b$, ¿cuál es el máximo común divisor de a, b ?

Estado: -----

Nivel II



Nombre: -----

Problema 2. (Continuación)

Estado: -----

Nivel II



Nombre: -----

Problema 3. Hay un entero positivo de siete dígitos $abcdefg$. Ninguno de sus dígitos es cero. Los números formados por los dígitos ab , bc , cd , de y efg son todos cuadrados perfectos. Encuentra el número $abcdefg$.

R:

Sólo será revisada la respuesta escrita dentro del recuadro



Estado: -----

Nivel II

Nombre: -----

Problema 4. Se tiene un polígono regular de n lados, se escogen dos lados distintos del polígono, y se trazan perpendiculares a esos lados, al intersectarse esas dos líneas se forma un ángulo de 80° . Si se sabe que este ángulo no se podría haber obtenido con ningún otro polígono de menos lados. ¿Cuánto vale n ?

Estado: -----

Nivel II



Nombre: -----

Problema 4. (Continuación)

Estado: -----

Nivel II



Nombre: -----

Problema 5. Sea ABC un triángulo rectángulo con $\angle BAC = 90^\circ$ y $\angle ACB = 30^\circ$. M es el punto medio de BC y la mediatriz de CM interseca a AC en D y el punto medio de AD es N . Si $AB = 1$ calcula BN^2 .

R:

Sólo será revisada la respuesta escrita dentro del recuadro

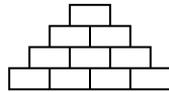


Estado: -----

Nivel II

Nombre: -----

Problema 6. Con bloques de madera de colores se construyen “pirámides” de cuatro pisos, con cuatro bloques en el primer piso, tres en el segundo, dos en el tercero y un bloque en el cuarto piso, como la que se muestra a continuación. Se pide, además, que bloques que se tocan sean de distinto color y que no haya pirámides que usen cuatro colores. Si hay 43 bloques azules, 37 bloques rojos, 31 bloques morados y 29 bloques blancos, ¿cuál es el máximo número de pirámides que se podrán construir?



Estado: -----

Nivel II



Nombre: -----

Problema 6. (Continuación)



Estado: -----

Nivel II

Problema 7. Se tiene una cuadrícula de 4×4 , en cada fila se ponen los números del 1 al 4 cada uno exactamente una vez. Se suman los números de cada columna, obteniendo cuatro números. Entre esos números, se selecciona el mayor y el menor y se suman. ¿Cual es el mayor valor posible que se puede obtener?

R:

Sólo será revisada la respuesta escrita dentro del recuadro



Estado: -----

Nivel II

Problema 8. Ariel escribe los números del 1 al 25 y después borra algunos. Los números restantes los separa en dos grupos de tal forma que el producto de los números del primer grupo es igual al producto de los números del segundo grupo. ¿Cuál es la mínima cantidad de números que pudo quitar Ariel al inicio?



Estado: -----

Nivel II

Problema 8. (Continuación)