

# Prueba por Equipos

## Nivel III

Estado: \_\_\_\_\_

Integrantes: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

### Instrucciones:

- Los problemas de la Prueba por Equipos están enlistados por orden de dificultad, pero cada uno vale lo mismo (40 puntos).
- Para los problemas 1, 3, 5, 7, sólo se tomará en cuenta el resultado final, no se darán puntos parciales. (Sólo se tomará en cuenta la respuesta escrita **dentro del recuadro**)
- Los problemas 2, 4, 6, 8, requieren una solución completa y se podrán otorgar puntos parciales. (Sólo se tomará en cuenta lo escrito **dentro del margen**)
- No hay penalizaciones por respuestas incorrectas.
- Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 40 puntos sólo si todas las respuestas correctas están escritas y sólo ellas.
- En caso de que las respuestas a estos problemas no sean enteras, estas deben ser aproximadas a dos decimales tomando en cuenta los siguientes valores:

$$\pi = 3.14, \quad \sqrt{2} = 1.41, \quad \sqrt{3} = 1.73, \quad \sqrt{5} = 2.23.$$

- Las figuras mostradas, podrían no estar a escala.
- No está permitido el uso de calculadoras, transportadores y aparatos electrónicos.
- La duración del examen es 70 minutos, que se distribuirán de la siguiente manera:
  - (i) Durante los primeros 10 minutos, todos los integrantes del equipo podrán discutir y distribuirse entre ellos los primeros 6 problemas, de manera que cada miembro del equipo resuelva al menos un problema. En estos 10 minutos no se puede escribir.
  - (ii) Durante los siguientes 35 minutos, cada participante trabajará individualmente en los problemas que se le asignaron, sin tener comunicación con los demás integrantes del equipo.
  - (iii) Durante los últimos 25 minutos todos los miembros del equipo trabajarán en la solución de los últimos dos problemas.

Estado: -----

Nivel III



Nombre: -----

**Problema 1.** Para un entero  $k$  del 1 al 2024 inclusive, Ana quiere elegir 2 enteros  $a, b$ , no necesariamente distintos, de tal forma que

- $ab = k$
- $2a + b$  es múltiplo de 3

¿cuál es la cantidad de números  $k$  para los que Ana puede hacer esto?

R:

Sólo será revisada la respuesta escrita dentro del recuadro

Estado: -----

Nivel III



Nombre: -----

**Problema 2.** Ariel escribe los números del 1 al 25 y después borra algunos. Los números restantes los separa en dos grupos de tal forma que el producto de los números del primer grupo es igual al producto de los números del segundo grupo. ¿Cuál es la mínima cantidad de números que pudo quitar Ariel al inicio?

Estado: -----

Nivel III



Nombre: -----

**Problema 2.** (Continuación)

Estado: -----

Nivel III



Nombre: -----

**Problema 3.** Con los dígitos  $0, 1, 2, \dots, 9$  se formaron 5 números de dos dígitos, usándolos todos una vez, y de tal forma que el producto de estos 5 números es el máximo posible. Determina el mayor de estos números.

R:

Sólo será revisada la respuesta escrita dentro del recuadro

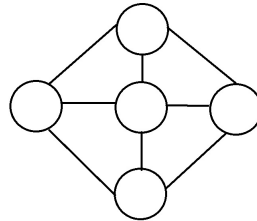


Estado: -----

Nivel III

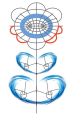
Nombre: -----

**Problema 4.** En cada uno de los círculos de la siguiente figura se pone algún número del 1 al 6, de manera que no haya dos números consecutivos o iguales en círculos que compartan un lado. ¿De cuántas maneras diferentes podemos hacer lo anterior?



**Estado:** -----

**Nivel III**



**Nombre:** -----

**Problema 4.** (Continuación)

Estado: -----

Nivel III



Nombre: -----

**Problema 5.** Se tiene un polígono regular de  $n$  lados, se escogen dos lados distintos del polígono, y se trazan perpendiculares a esos lados, al intersectarse esas dos líneas se forma un ángulo de  $80^\circ$ . Si se sabe que este ángulo no se podría haber obtenido con ningún otro polígono de menos lados. ¿Cuánto vale  $n$ ?

R:

Sólo será revisada la respuesta escrita dentro del recuadro



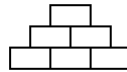


Estado: -----

Nivel III

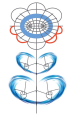
Nombre: -----

**Problema 6.** Con bloques de madera de colores se construyen “pirámides” de tres pisos, con tres bloques en el primer piso, dos en el segundo y un bloque en el tercer piso, como la que se muestra a continuación. Se pide, además, que bloques que se tocan sean de distinto color. Si hay 43 bloques azules, 37 bloques rojos, 31 bloques morados y 29 bloques blancos, ¿cuál es el máximo número de pirámides que se podrán construir al mismo tiempo con las cantidades de bloques disponibles?



Estado: -----

Nivel III



Nombre: -----

**Problema 6.** (Continuación)



Estado: -----

Nivel III

**Problema 7.** En la OMMEB se hizo una fiesta a la que asistieron  $n$  personas de los 32 estados de México. Se sabe que en cada grupo de 7 personas siempre hay 2 con la misma edad. Además, cada persona viste con una playera roja o azul. Encuentra el mínimo valor de  $n$  para el que se puede asegurar que hay 2 personas que sean del mismo estado, tengan la misma edad y el color de su playera sea el mismo.

R:

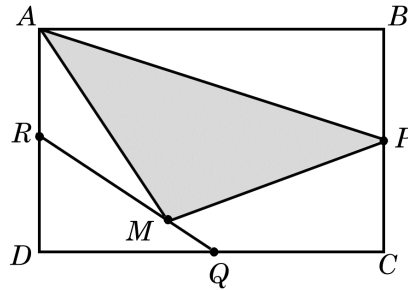
Sólo será revisada la respuesta escrita dentro del recuadro



Estado: -----

Nivel III

**Problema 8.** Sea  $ABCD$  un rectángulo de área 2024 donde  $P$ ,  $Q$  y  $R$  son los puntos medios de los lados  $BC$ ,  $CD$  y  $DA$ , respectivamente. Elegimos un punto  $M$  en el segmento  $RQ$  de tal manera que  $n = \frac{RM}{MQ}$  es un número entero. Si el área del triángulo  $APM$  también es un número entero, determina todos los valores de  $n$ .





Estado: -----

Nivel III

**Problema 8.** (Continuación)