8ª Olimpiada Mexicana de MATEMÁTICAS para Educación Básica

Concurso Nacional

Oaxtepec, Morelos, septiembre 19-22, 2024

Examen Individual

Nivel III

Estado: ______________________________

Nombre: ______________________________

Instrucciones:

- El examen consta de dos partes:
  - Parte A
    - Consta de 12 problemas con un valor de 5 puntos cada una.
    - En estos problemas, sólo se toma en cuenta la respuesta final, que debe ser claramente escrita en el espacio correspondiente a cada problema en la **Hoja de Respuestas**.
    - No se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas.
    - Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 5 puntos sólo si todas las respuestas correctas están escritas y sólo ellas.
  - Parte B
    - Consta de 3 problemas de redacción libre y con un valor de 20 puntos cada uno.
    - En estos problemas es posible acumular puntos parciales.
    - Sólo se tomará en cuenta lo escrito **dentro del margen**.
- En caso de que las respuestas a los problemas no sean enteras, estas deben ser aproximadas a dos decimales tomando en cuenta los siguientes valores:

$$\pi = 3.14, \qquad \sqrt{2} = 1.41, \qquad \sqrt{3} = 1.73, \qquad \sqrt{5} = 2.23.$$

- Las figuras mostradas, podrían no estar a escala.
- No está permitido el uso de calculadoras, transportadores y aparatos electrónicos.
- La duración del examen es **2 horas.**

8ª Olimpiada Mexicana de MATEMÁTICAS para Educación Básica

Examen Individual – PARTE A

Hoja de Respuestas

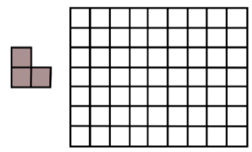
Nivel III

Estado: ______________________________

Nombre: ____

1.	7.
2.	8.
3.	9.
4.	10.
5.	11.
6.	12.

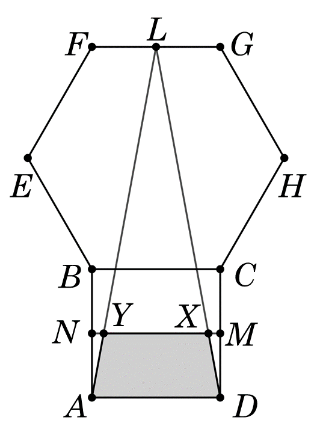
Problema 1. ¿Cuántas veces aparece la figura de tres cuadritos sombreada, en la figura de la derecha? Nota: Esta figura de tres cuadritos puede estar girada.



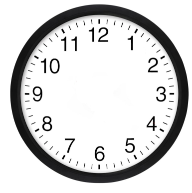
Problema 2. Se tienen tres números reales a, b, c que cumplen $a+b+c=7$ y $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}=\frac{7}{10}$. Si el resultado de la expresión $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$ es una fracción $\frac{m}{n}$, donde m y n son enteros positivos que no comparten factores primos, ¿cuánto es el valor de $m+n$?

Problema 3. ¿Cuántos números de 3 cifras cumplen que al intercambiar cualesquiera dos cifras consecutivas del mismo, se obtiene un número menor al original? (Por ejemplo, el 610 cumple la propiedad, pues si se intercambian el 6 y el 1 se obtiene 160, y si se intercambian el 1 y el 0 se obtiene 601).

Problema 4. En la figura se observa un cuadrado $ABCD$ y un hexágono regular $BEFGHC$, donde AD mide 4 cm. Denotamos por L, M y N a los puntos medios de FG, CD y AB, respectivamente. Los puntos X y Y son los puntos de intersección de LD y LA con el segmento MN, respectivamente. El área del cuadrilátero $ADXY$ se puede escribir como $a-\sqrt{b}$, donde a y b son enteros positivos. Determina el valor de $a+b$

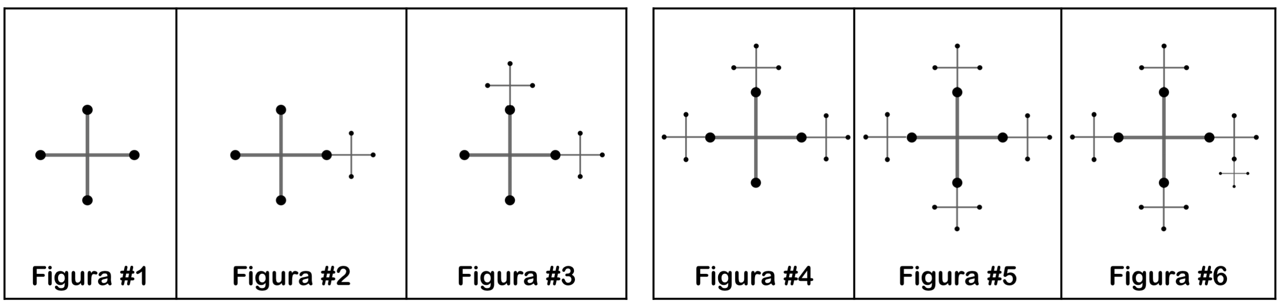


Problema 5. La mosca Flynn se encuentra parada en la marca del minuto 1 de un reloj. Cada minuto, la mosca se fija en la marca del minuto en el que está, y se mueve sobre las marcas de los minutos, la cantidad de minutos indicada por esa marca en sentido de las manecillas del reloj. Por ejemplo, si Flynn se encuentra parado en la marca del minuto 3, se mueve 3 marcas en sentido de las manecillas del reloj, y llega a la marca del minuto 6. Después de 2 horas, sobre que marca estará parado Flynn.
Nota. En el siguiente dibujo, las marcas pequeñas son las de los minutos.

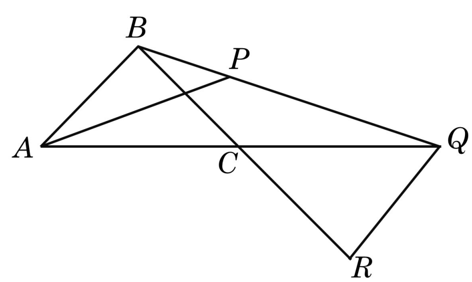


.

Problema 6. En la figura 1 (como se muestra abajo) se observa una cruz y 4 puntos, uno en cada extremo. En la figura 2 se le agregó, en uno de los puntos iniciales, una cruz más y sus respectivos puntos en los extremos. Luego, en la figura 3, se le agregó en otro de los puntos iniciales una cruz más y sus respectivos puntos en los extremos. Este proceso continúa en los 4 puntos iniciales (de la figura 1) hasta cerrar el ciclo, en sentido contrario a las manecillas del reloj. Después, en la figura 6 observamos que se agrega en uno de los puntos una cruz más y sus respectivos puntos en los extremos. De forma similar, este proceso continúa hasta cerrar ese segundo ciclo y así se siguen creando más figuras y cerrando los respectivos ciclos. Si este proceso continúa, ¿cuántos puntos habrá en la figura 2024?

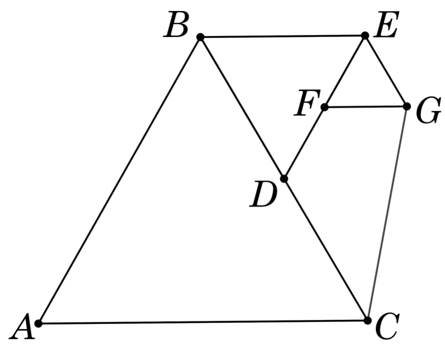


Problema 7. En la siguiente figura se sabe que $AB = BC = 2$ cm, $AP = PQ$ y que $BQ = 7$ cm. Además $\angle PAB = 30°$ y $\angle QRB = 75°$. Calcule, en cm, la longitud del segmento CR.



Problema 8. ¿Cuántas parejas de enteros positivos a y b menores que 10 cumplen que $5a$ es divisor de $(a + b)^2$?

Problema 9. Sean ABC, BDE y EFG triángulos equiláteros cuyos lados miden 4, 2 y 1 cm, respectivamente. El perímetro de $ABEGC$ se puede escribir como $a + \sqrt{b}$ con a, b enteros positivos. Determina $a + b$.



.

Problema 10. Dani tiene 10 cartas: una con el número 1, dos con el número 2, tres con el número 3 y cuatro con el número 4. Si elegirá solamente 4 cartas para formar un número de 4 dígitos, ¿cuántos números diferentes puede formar Dani?

Problema 11. En el triángulo ABC, se tiene que $\angle ACB = 90°$. Sean D y E puntos en el lado BC, tales que $BD = 26$, $DE = 4$ y $EC = 5$. Si el área del triángulo ADE es 24, determina el valor numérico de $AB + AC + AD + AE$.

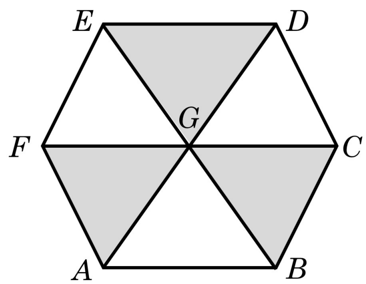
Problema 12. Sea $S(n)$ la suma de dígitos del entero positivo n. Un año $n \geq 2017$ se dice azulado si en ese año se realiza la edición k de la OMMEB y $S(n) = k$. Por ejemplo, 2024 es azulado ya que $2 + 0 + 2 + 4 = 8$. Si la OMMEB se hace 1 vez por año y se hizo por primera vez en 2017, ¿cuántos años son azulados?

PARTE B

Estado: ________________________________ **Nivel III**

Nombre: ____

Problema 13. Se desean acomodar los números del 1 al 7 (sin repetir) en los vértices A, B, C, D, E, F y G, de tal manera que para cada triángulo gris la suma de los números en sus vértices sea la misma. Encontrar la suma de los números que pueden ir en G.



.

Escribe sólo de este lado de la hoja y dentro del recuadro

Estado: ______________________________ **Nivel III**

Nombre: ____

Problema 13. (Continuación)

PARTE B

Estado: ______________________________ **Nivel III**

Nombre: ____

Problema 14. Sea $S(n)$ la suma de dígitos del entero positivo n. El número N es el menor entero positivo tal que $S(N)$ y $S(N+1)$ son ambos múltiplos de 2024. ¿Cuántos dígitos tiene N?

PARTE B

Estado: ______________________________ **Nivel III**

Nombre: ____

Problema 14. (Continuación)

Escribe sólo de este lado de la hoja y dentro del recuadro

PARTE B

Estado: ______________________________ **Nivel III**

Nombre: ____

Problema 15. Un triángulo ABC cumple que $\angle A = \angle B = 70°$ y $\angle C = 40°$. Se tiene un punto interior P de manera que $\angle CBP = 40°$ y $\angle PCB = 30°$. Encuentra, en grados, la medida del ángulo $\angle PAC$.

PARTE B

Estado: ______________________________ **Nivel III**

Nombre: ____

Problema 15. (Continuación)

Escribe sólo de este lado de la hoja y dentro del recuadro