



INSTRUCCIONES:

- Tienes 4 horas y media para resolver el examen.
- Para cada problema escribe claramente todo tu procedimiento.
- Solamente puedes hacer preguntas durante la primera hora de examen.

¡Mucha suerte!

PROBLEMAS:

Problema 1. Sea $\triangle ABC$ un triángulo acutángulo y P un punto sobre el segmento BC tal que $AC + PC = BC$. Sea M el punto medio de AB . Si el ángulo $\angle MPB$ es de 23° ¿Cuanto mide el ángulo $\angle ACB$?

Problema 2. Un número natural de n dígitos es “armonioso” si sus n dígitos son una permutación de $1, 2, 3, \dots, n$ y sus primeros k dígitos forman un número divisible por k , para $k = 1, 2, \dots, n$. Por ejemplo, 321 es armonioso pues 3 es divisible por 1, 32 es divisible por 2 y 321 es divisible por 3. Encuentra todos los números armoniosos de seis dígitos.

Problema 3. Tenemos un polígono regular de 20 lados. ¿Cuántos triángulos hay que tengan sus vértices sobre los vértices del polígono pero que sus lados no sean lados del polígono?