

Examen Final OMMEB

Nivel II.

5 de Mayo del 2019.

Parte A.

1. ¿Cuánto es $\sqrt{(2019 \times 2019) + (2019/2019) + (2019 - 2019) + (2019 + 2019)}$?
2. Se tiene una cuadrícula de 5×5 cuyo cuadrado central está coloreado de rojo. ¿Cuántos cuadrados se pueden formar usando algunos de los cuadrados unitarios de la cuadrícula, que contienen el cuadrado rojo?
3. Sea $ABCD$ un cuadrilátero con sus vértices sobre una circunferencia (el contorno de ella). Se trazan las tangentes por A y por C a la circunferencia de manera que se intersectan en P dichas tangentes. Si $\angle ABC = 110$. ¿Cuánto es $\angle APC$?
4. Encuentra todos los enteros positivos n tales que
$$\frac{1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1}{2 + 4 + 6 + \dots + 2n} = \frac{2017}{2018}$$
5. Sea $ABCD$ un cuadrilátero con $AD = AB$ y $DC = CB$. Se traza la circunferencia de centro en B y radio DB . La recta AC corta a la circunferencia en un punto E que está más cerca de C que de A . Si $\angle DCB = 44$. Calcula $\angle CBE$.
6. Se tienen 4 bolas azules y 6 bolas rojas. Se seleccionaran 5 de ellas con la condición de que haya una bola azul. ¿De cuántas maneras podemos hacer esto?
7. Se tiene una cuadrícula de 4×5 la cual tiene una única línea del tablero como eje de simetría. Se tomará un triángulo con vértices sobre los de la cuadrícula pero que no tenga vértices sobre el eje de simetría. ¿Cuántos de estos triángulos son cortados por el eje de simetría?
8. Anualmente se juega un torneo de baloncesto en el que cada equipo juega contra todos los demás equipos del torneo. Este año participaron cuatro equipos más que el año pasado, si hubo 70 partidos más que el año pasado, ¿cuántos equipos hubo este año en el torneo?
9. Sea n un entero positivo. Si $2n$ tiene 30 divisores y $3n$ tiene 32 divisores. ¿Cuántos divisores tiene $6n$?
10. Sea ABC un triángulo rectángulo en A . La bisectriz por A corta a la hipotenusa en R . La perpendicular por R a AR corta a AB en su punto medio M . Sea P el punto medio de AM . Si $AC = 1$. Encuentra RP .
11. En una fila había 20 niñas y 5 niños, cada uno de los niños contó la cantidad de niñas que tenía enfrente y los resultados fueron 3, 5, 8, 12 y 17, también cada niña contó los niños que tenía delante. ¿Cuál es la suma de los números que contaron las niñas?
12. Sea $ABCD$ un cuadrado de lado 2019 y M el punto medio de AD . La perpendicular a MC por M corta a AB en N . El punto T en NC es tal que MT es perpendicular a NC . Calcula MT .

Parte B.

1. Sea $ABCD$ un cuadrado y M el punto medio de AB . La diagonal AC y DM se intersectan en T . Demuestra que BT es perpendicular a CM .
2. Determina todos los enteros z no necesariamente positivos tales que la expresión

$$(z + 1)(z - 2)(z + 3) \dots (z - 2020)$$

sea estrictamente menor que cero.

3. Determina el menor entero positivo u tal que $n! + u$ tenga al menos 4 divisores para todo entero positivo n .