

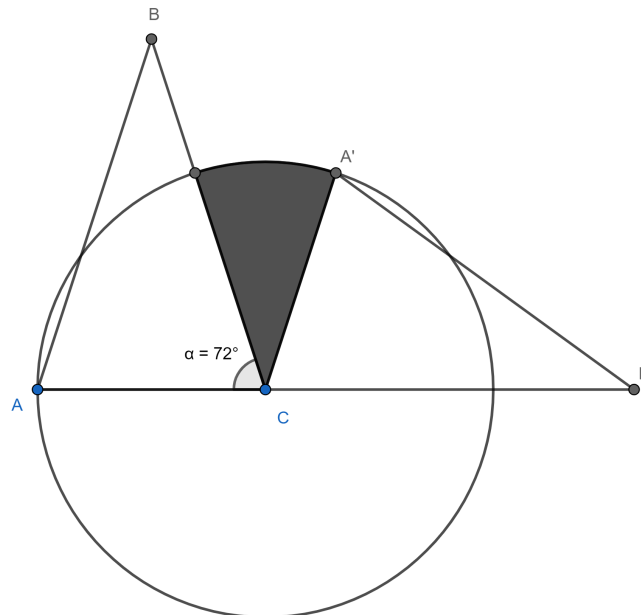


Instrucciones:

- Tienes tres horas para resolver este examen.
- Para cada pregunta, escribe la respuesta que consideres correcta.
- Para resolver los problemas te recomendamos contar con lápiz y papel, pero no está permitido el uso de calculadoras o ayuda de otras personas.
- Los resultados se publicarán el 21 de noviembre en la página <https://olimpiadasbasicas.cimat.mx/>.

Problemas

1. El triángulo $\triangle ABC$ se gira de tal manera que el vértice A queda en la posición A' y el vértice B en la posición B' de forma que A, C y B' están alineados. Al girar el triángulo, el vértice A sigue una trayectoria circular como se marca en la figura. Si el lado $AC = 1$ y $\angle ACB = 72^\circ$, ¿cuánto vale el área sombreada?

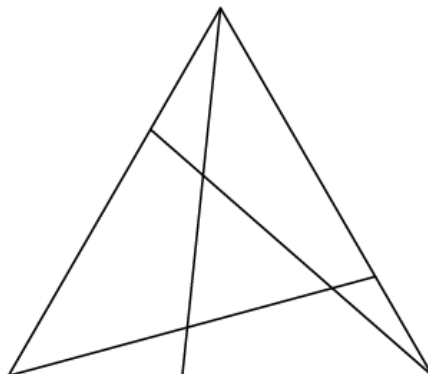


2. En las minas de Khazad-dûm habitan dos tipos de enanos. Los enanos pícaros siempre mienten y los enanos nobles siempre dicen la verdad. Cuando Beör visitó las minas, lo recibieron dos enanos Nâm y Nîm (Beör no sabía qué tipo de enanos eran). Nâm dijo “Al menos uno de nosotros dos es pícaro”. ¿Qué tipo de enano era Nîm?

3. Braulio está entrenando básquet e intenta 20 tiros con un 55 % de canastas acertadas. Luego, intenta 5 tiros más y su efectividad sube al 56 % de canastas acertadas. ¿Cuántos de los últimos 5 tiros acertó?
4. Cada asterisco en la ecuación $2 * 0 * 1 * 5 * 2 * 0 * 1 * 5 * 2 * 0 * 1 * 5 = 0$ será sustituido por un signo “+” o un signo “-”. ¿Cuál es la menor cantidad de asteriscos que puede sustituirse por “+” para que la igualdad sea cierta?
5. ¿Cuál es la suma de los dígitos de $\underbrace{111 \cdots 1}_{2022} \times 101$?
6. La suma de las edades de un grupo de canguros es 36 años. En dos años, la suma de las edades será 60 años. ¿Cuántos canguros hay en el grupo?
7. Ana volvió a la tienda de videojuegos y pagó \$1098 por el que quería comprar. Sin embargo, el impuesto había subido. Ya no cobran el 20 %, sino el 22 %. Si aún cobraran 20 % de impuesto, ¿cuánto le hubiera costado el videojuego?
8. Una piedra se deja caer desde la azotea de un edificio. La piedra recorre 4.9 metros en el primer segundo de su caída y en cada segundo posterior recorre 9.8 metros más que en el segundo anterior. Si demoró 5 segundos en llegar al piso, ¿de qué altura es el edificio?
9. La báscula de Rosy se descompuso. Si algo pesa menos de 1000 g, la báscula muestra correctamente su peso. Si algo pesa 1000 g o más, la báscula muestra cualquier número mayor a 1000 g. Tenemos 5 pesas con sus respectivos pesos: A_g , B_g , C_g , D_g y E_g . Todas las pesas son menores a 1000 g. Pesando algunas de ellas por pares, Rosy obtuvo las siguientes cantidades: $B + D = 1200$, $C + E = 2100$, $B + E = 800$, $B + C = 900$ y $A + E = 600$. ¿Cuál de las pesas es la más pesada? Indícalo con la letra que le corresponde.
10. Se quieren colorear 5 cuadros en línea, cada uno de azul, verde o rojo. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto de tal forma que no haya dos cuadros juntos del mismo color.



11. El triatlón consiste de tres carreras: natación, pedestre y bicicleta. La carrera de bicicleta es de tres cuartos de la distancia total; la carrera es un quinto y la natación es de 2 km. ¿Cuál es la distancia total que recorre el triatlón, en km?
12. Dentro de un triángulo de 19 cm de perímetro se dibujan 3 segmentos de recta como se muestra en la figura. La suma de los perímetros de los 3 cuadriláteros resultantes es igual a 25 cm, mientras que la suma de los perímetros de los 4 triangulitos es igual a 20 cm. ¿Cuál es la suma de las longitudes de los tres segmentos dibujados dentro del triángulo?



13. Una caja contiene 2 calcetines blancos, 3 rojos y 4 azules. Issis sabe que una tercera parte de todos los calcetines tiene un hoyo. ¿Cuántos calcetines debe sacar Issis al azar para poder asegurar que tendrá dos del mismo color que no tengan un hoyo?

14. ¿Cuál es el menor número de elementos que debemos borrar del conjunto

$$\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 80, 90\}$$

para que la multiplicación de los elementos que quedan en el conjunto sea un cuadrado perfecto (es decir, que tenga raíz cuadrada entera)?

15. Sea N el resultado de multiplicar 2^{2022} por 5^{2020} . Encuentre la suma de los dígitos de N .