



Olimpiada Básica de Matemáticas en Guanajuato

Sexto Selectivo (Día 1) | 18 de mayo del 2024

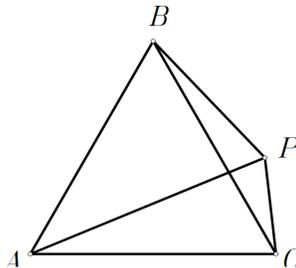
Nivel 1

Instrucciones:

- Asegúrate que tienes el examen del nivel correcto y lee todos los enunciados con calma. Llena todos tus datos correctamente en la Hoja de respuestas.
- Tienes 90 minutos para resolver este examen.
- Para cada problema, escribe la respuesta que consideres correcta sobre la línea correspondiente de la hoja de respuestas. Sólo se tomará en cuenta lo que se coloque sobre esta línea. Te puedes quedar con la hoja de enunciados.
- Puedes utilizar lápiz o pluma, borrador y, si tú prefieres, juego de geometría. No está permitido el uso de calculadoras, apuntes, tablas, cualquier dispositivo electrónico ni consultar a otras personas.
- Los resultados se publicarán el 24 de mayo en la página <https://olimpiadasbasicas.cimat.mx/>.

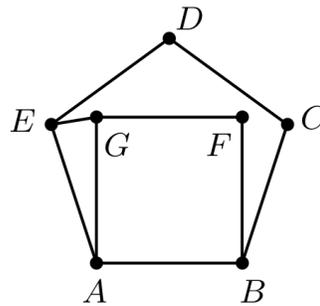
Problemas

1. En una bolsa negra hay 8 canicas rojas (diferentes entre sí) y 5 azules (diferentes entre sí). Mateo extrae de la bolsa una canica y después Héctor extrae otra canica. ¿De cuántas maneras puede suceder que las canicas extraídas sean de colores diferentes?
2. ¿Cuántos números de 7 dígitos cumplen que el producto de sus cuatro dígitos de la izquierda es 20 y sus tres dígitos de la derecha es 24?
3. En la siguiente figura, $\triangle ABC$ es un triángulo equilátero y P es un punto exterior de tal manera que $\angle APC = 80^\circ$ y $\triangle APC$ es isósceles. Determina la medida de $\angle PBC$.



4. En una papelería, el costo por unidad, en pesos, de una libreta es un número entero. El costo de comprar nueve libretas idénticas es mayor a 1100 pero menor a 1200 pesos, mientras que el costo de comprar trece libretas idénticas es mayor a 1500 pero menor a 1600 pesos. ¿Cuál es el costo, en pesos, de una libreta?
5. ¿Cuántos números de 4 dígitos son múltiplos de 72 y terminan en 72?

6. Considera la secuencia $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$, donde cada número después del segundo es la suma de los dos números anteriores (a esta secuencia se le conoce como la sucesión de Fibonacci). ¿Cuál es el residuo de dividir el 2024-avo número de la secuencia entre 8?
7. En el semicírculo de diámetro AP y centro O se consideran puntos B y C en el arco AP y M en el diámetro AP de manera que $\angle MCO = \angle OCB$ y $\angle COB = \angle BOA$. ¿Cuánto mide $\angle COM$?
8. ¿Cuántos dígitos 0 hay al final del número $10!$?
9. Se lanzan dos dados comunes (diferentes entre sí). ¿De cuántas maneras puede suceder que el producto de los números que se obtenga sea múltiplo de 6?
10. Un número entero positivo es llamado *ilustre* si tiene todos sus dígitos distintos y, además, el dígito de las unidades es igual al cuadrado de la suma de todos los otros dígitos. ¿Cuál es la mayor cantidad de dígitos que puede tener un número ilustre?
11. En la siguiente figura, $ABCDE$ es un pentágono regular y $ABFG$ es un cuadrado. ¿Cuál es la medida, en grados, del ángulo $\angle GED$?



12. Si $A = 4^3 + 7^3 + 5^{101}$. ¿Cuál es el dígito de las centenas de A ?
13. Los enteros positivos 20 y \overline{ab} cumplen que su promedio y la raíz cuadrada de su producto son números enteros. Encuentra el mayor valor posible de $a + b$.
14. Hay 40 personas en una fiesta. Se sabe que en cualquier grupo de 22 personas hay al menos un hombre y que en cualquier grupo de 20 personas hay al menos una mujer. ¿Cuántas mujeres hay en la fiesta?
15. El número de tres dígitos \overline{abc} se puede expresar como el producto de dos números primos. Además, los números \overline{ab} y \overline{bc} son cuadrados perfectos. Determina el valor de $a + b + c$.