

Tercer Examen Selectivo

OMM GTO

11 de mayo de 2024

1. Instrucciones

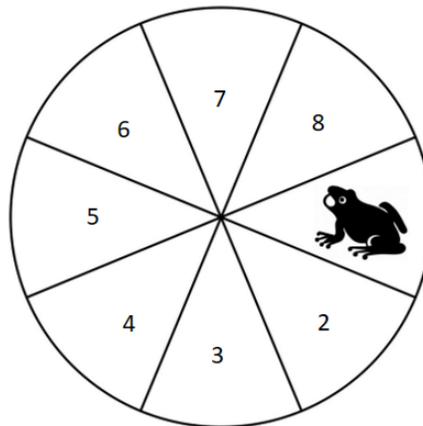
- El examen dura **3 horas**.
- El examen se divide en 2 partes, problemas de respuesta corta y problemas de redacción. Para los 7 problemas deberás poner tu resultado en la hoja de respuestas que te daremos. Sin embargo, para los de redacción también deberás entregar tu procedimiento, pues será evaluado.
- Los problemas de **respuesta corta** valen **2 puntos** cada uno, los de **redacción** valen **5 puntos** cada uno.
- Las respuestas incorrectas no bajarán puntos.
- No está permitido usar dispositivos electrónicos, notas ni libros.
- Puedes usar regla y compás si lo deseas, pero no transportador.

2. Problemas de Respuesta Corta

Problema 1. Una plataforma circular está dividida en 8 secciones numeradas y una rana está colocada en la primera de ellas, como se muestra en la figura (la rana tapa el 1). La rana puede hacer dos movimientos:

- Brincar una sección en dirección a las manecillas del reloj.
- Brincar a la sección opuesta por el vértice (es decir, brincar 4 secciones).

Si la rana no puede realizar el mismo movimiento 2 veces seguidas y comienza brincando una sección, ¿en qué sección estará la rana después de haberse movido 2024 veces?



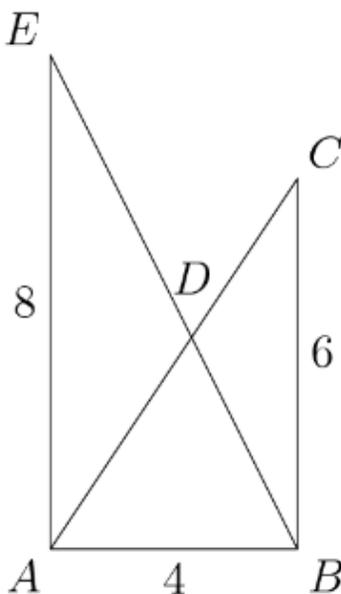
Problema 2. Sean a y b números distintos tales que

$$\frac{a}{b} + \frac{a + 10b}{b + 10a} = 2.$$

Encuentra el valor de $\frac{a}{b}$.

Problema 3. Juan piensa en un entero de dos dígitos $\underline{a} \underline{b}$ y lo eleva al cuadrado. Al hacerlo, nota que los tres dígitos más a la derecha del resultado son $\underline{3} \underline{0} \underline{a}$. Si además el número que eligió era un múltiplo de 4, ¿en qué número pensó Juan?

Problema 4. En la siguiente figura, $\angle EAB = \angle ABC = 90^\circ$, $AB = 4$, $BC = 6$ y $AE = 8$. ¿Cuál es la diferencia entre las áreas de $\triangle ADE$ y $\triangle BDC$?



Problema 5. Considere a todos los números de 7 dígitos distintos, ninguno de ellos 0 (por ejemplo, 3256798). ¿Cuántos de ellos son divisibles entre 9?

3. Problemas de Redacción

Problema 6. Sea $\triangle ABC$ un triángulo con $AB = AC$, D un punto sobre el lado BC de tal forma que $\angle BAD = 30^\circ$ y E un punto sobre el lado AC tal que $AD = AE$. Encuentra el valor de $\angle EDC$.

Problema 7. Artorias está viajando por el mundo de Exandria, en el cual hay dos continentes, Wildemount y el Marquet. En Wildemount hay 6 ciudades, llamadas A, B, C, D, E y F, mientras que en el Marquet hay 4 ciudades, llamadas W, X, Y, Z. Entre dos ciudades cualesquiera de Wildemount hay 3 senderos que las conectan de manera directa, mientras que entre dos ciudades cualesquiera del Marquet solamente hay uno. Así mismo, la única forma de llegar de un continente al otro es mediante un puente gigante que conecta a la ciudad F con la ciudad W. Si Nuria está en la ciudad A y quiere visitar todas las ciudades de Exandria exactamente una vez, ¿de cuántas maneras puede hacerlo?